

1. Fuzzy množiny, fuzzy relační kalkul, lingvistická aproximace

1.1. Fuzzy množiny

Uvažujme klasickou množinu U (Universum) a reálnou funkci $\mu : U \rightarrow L$.

Fuzzy množinou A rozumíme následující množinu dvojic $(x, \mu_A(x))$:

$$A = \{ (x, \mu_A(x)) \mid \mu_A(x) \in L, \forall x \in U \}. \quad (1.4)$$

Funkce μ_A se nazývá *funkcí příslušnosti* a je obvyklé a vhodné pracovat s reálným intervalem $L = \langle 0,1 \rangle$. (Pokud interval zdegeneruje pouze na své krajní hodnoty $\{0,1\}$, funkce μ_A je obyčejnou charakteristickou funkcí a fuzzy množina A je ordinální množinou uspořádaných dvojic. Pak hovoříme nikoli o fuzzy množině, ale o "*crisp*" množině, "*crisp*" hodnotě funkce příslušnosti, [3], [4].

Příklad 1.4: Zápis fuzzy množiny výčtem prvků. Fuzzy množinu lze buď zadat výrazem (1.4) (pokud μ_A je např. reálná funkce, je zadána svým analytickým tvarem a jednotlivé hodnoty $\mu_A(x)$ lze získat prostým dosazováním za x výpočtem) nebo výčtem prvků fuzzy množiny, tj. výčtem všech uspořádaných dvojic $(x, \mu_A(x)), \forall x \in U$:

$$A = \{ 0.5/x_1, 0.8/x_2, 0.0/x_3, \dots, 1.0/x_k, 0.7/x_n \},$$

S uvedenou formou zápisu je možno se setkat zejména v počátečních pracích Zadeha, ale jde jen o jednoduchou vyjadřovací konvenci $(x, \mu_A(x)) = (\mu_A(x)/x)$. V zápise fuzzy množiny výčtem je explicitně dáno, které prvky do U patří a s jakou hodnotou funkce příslušnosti (např. x_2 náleží do U na 80% a prvek x_3 naopak do U nepatří). ■

Na fuzzy množině je zpravidla definována výška fuzzy množiny $\text{hgt}(A)$:

$$\text{hgt}(A) = \sup \{ \mu_A(x_1), \dots, \mu_A(x_n) \}, \quad (2.4)$$
$$\forall x_1, \dots, x_n \in U$$

Jestliže U je uspořádanou množinou reálných čísel a $\text{hgt}(A) = 1$, fuzzy množina A se nazývá **normální fuzzy množinou**. Jestliže navíc A splňuje následující podmínku :

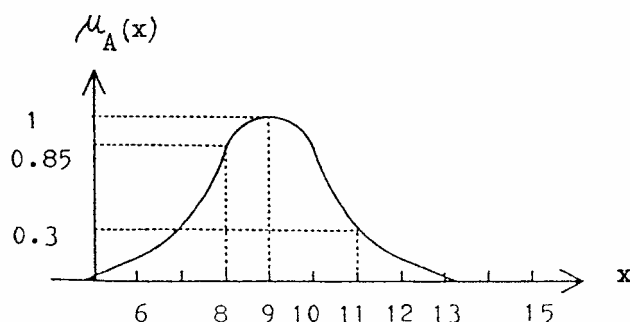
$$\forall x_1, x_2 \in U, \exists \lambda \in [0, 1], \mu_A(\lambda x_1 + (1-\lambda) x_2) \geq \min \{ \mu_A(x_1), \mu_A(x_2) \}, \quad (3.4)$$

pak je **normálním a konvexním fuzzy číslem** (nebo jen krátce "fuzzy číslem"). Na obr.1.4. je znázorněno takové normální konvexní fuzzy číslo "přibližně 9".

Jestliže chceme zdůraznit, že určité prvky typicky náležejí do A , vymezíme je určitou prahovou hodnotou $\alpha \in \langle 0, 1 \rangle$. Uspořádaná množina takových typických prvků A_α je tzv. α -řezem fuzzy množiny A

$$A_\alpha = \{ (x, \mu_A(x)) \mid \mu_A(x) \geq \alpha, \forall x \in U \}, \quad (4.4)$$

Např. $A_{0.85} = \{ (8.0, 0.85), (8.5, 0.9), (9.0, 1.0), (9.5, 0.9), \dots \}$ - obr.1.4.

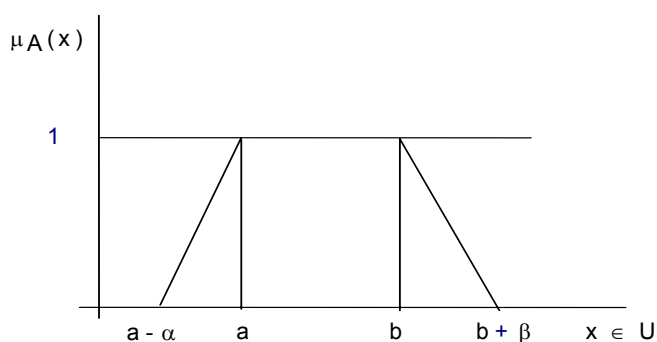


Obr.1.4.

Grafy funkcí příslušnosti fuzzy množin mohou mít velmi podivné tvary, podle jejich korespondence zobrazované vlastnosti universa. Pokud ovšem zobrazují určité jazykové termíny, nejsou úplně libovolné. Pokud např. zobrazují intenzity vlastností měřených na universu reálných čísel, má velká většina těchto funkcí *nemonotónní* průběh. (Např. řekneme-li, že spotřeba (benzinu) našeho osobního automobilu je normální, pak pro hodnoty spotřeby od nuly do tří je hodnota funkce příslušnosti nulová, pak postupně roste až k 5 l/100 km, kdy má hodnotu 1, zůstává konstantní až ke spotřebě 6.5 l/100 km a pak zase ubývá až ke spotřebě 10 l/100 km, kdy je hodnota funkce příslušnosti nulová (a nadále zůstává nulová). Druhé hledisko, které

rozhoduje o možných použitelných tvarech funkcí příslušnosti, je jejich přijatelnost jako objektů manipulace při výpočtech. Tvary by měly být do jisté míry odvoditelné z knihoven funkcí zařazených do výbavy běžných solverů. Kromě známých zvonovitých a sigmoidálních funkcí se uplatňuje (zejména pro svou průhlednost a univerzálnost) parametrická reprezentace funkcí příslušnosti normálními konvexními **fuzzy čísly pomocí čtveřic $[a, b, \alpha, \beta]$** - viz. obr.2.4.

$$\mu_A(x) = \begin{cases} 0, & \text{pro } x < a - \alpha \\ \alpha^{-1}(x - a + \alpha), & \text{pro } x \in [a - \alpha, a] \\ 1, & \text{pro } x \in [a, b] \\ \beta^{-1}(b + \beta - x), & \text{pro } x \in [b, b + \beta] \\ 0, & \text{pro } x > b + \beta. \end{cases} \quad (5.4)$$



Obr.2.4.

1.2. Základní operace s fuzzy množinami

Uvažujme fuzzy množiny A, B, C definované postupně na universech $U_1, U_2, U_1 \times U_2$ a předpokládejme $L = \langle 0, 1 \rangle$.

Binární operace sjednocení, průniku, doplňku a rozdílu jsou popsány následujícími vztahy:

$$\begin{aligned} C = A \cup B = & \{ \{(x, \mu_{A \cup B}(x)) \mid \forall x \in (U_1 - U_2), \mu_{A \cup B}(x) = \mu_A(x)\} \cup \\ & \cup \{ \{(x, \mu_{A \cup B}(x)) \mid \forall x \in (U_2 - U_1), \mu_{A \cup B}(x) = \mu_B(x)\} \cup \\ & \cup \{ \{(x, \mu_{A \cup B}(x)) \mid \forall x \in (U_1 \cap U_2), \mu_{A \cup B}(x) = \max \{ \mu_A(x), \mu_B(x) \} \} \}. \end{aligned} \quad (6.4)$$

$$C = A \cap B = \{(x, \mu_{A \cap B}(x)) \mid \forall x \in (U_1 \cap U_2), \mu_{A \cap B}(x) = \min \{\mu_A(x), \mu_B(x)\}\}. \quad (7.4)$$

$$C = \text{Compl } A = \{(x, \mu_{\text{Compl } A}(x)) \mid \mu_{\text{Compl } A}(x) = 1 - \mu_A(x), \forall x \in U_1\}. \quad (8.4)$$

$$C = A - B = \{(x, \mu_{A-B}(x)) \mid \forall x \in U_1, \mu_{A-B}(x) = \min \{\mu_A(x), 1 - \mu_B(x)\}\}. \quad (9.4)$$

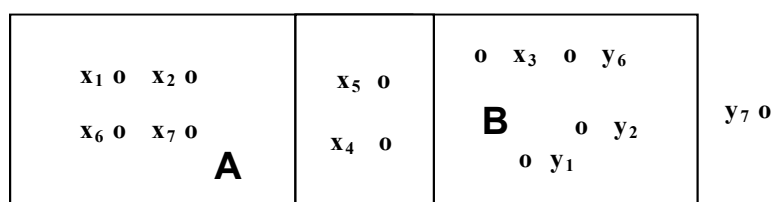
Příklad 2.4: Vezměme fuzzy množinu A z příkladu 1.4 a sestrojme její doplněk a její sjednocení a rozdíl fuzzy množinou B (zadanou níže).

$$A = \{0.5/x_1, 0.8/x_2, 0.0/x_3, 0.5/x_4, 0.6/x_5, 1.0/x_6, 0.7/x_7\},$$

$$B = \{0.6/y_1, 0.7/y_2, 0.3/x_3, 0.8/x_4, 0.7/x_5, 0.5/y_6, 0.0/y_7\},$$

$$C = A - B = \{0.5/x_1, 0.8/x_2, 0.2/x_4, 0.3/x_5, 1.0/x_6, 0.7/x_7\}.$$

Pozn.: Na příkladu výpočtu rozdílu fuzzy množin je nejlépe vidět důležitost operací, které musíme provést na universech, když vymezujeme definiční obor pro novou funkci příslušnosti (v daném případě $\mu_{A-B}(x)$). Kdybychom ve výrazu (9.4) vymezili definiční obor jako $(U_1 \cap \text{Compl } U_2)$ uniknou nám body x_3 , x_4 a x_5 , které jsou v průniku univers a do výsledné fuzzy množiny C patří (s určitou hodnotou funkce příslušnosti) – viz. obr. 3.4. ■



Obr. 3.4

Teorie fuzzy množin umožňuje zavést zcela obecné algebraické operace pomocí tzv. **indukčního principu** :

Uvažujeme fuzzy množiny A_1, \dots, A_n definované na universech U_1, \dots, U_n pomocí funkcí příslušnosti $\mu_{A_1}, \dots, \mu_{A_n}$ a n-ární funkci $f, f : U_1 \times \dots \times U_n \rightarrow V$. Pak fuzzy množina B na V (resp. její funkce příslušnosti μ_B) je indukována následovně

$$\mu_B(y) = \begin{cases} \sup_{x_1, \dots, x_n \in U_1 \times \dots \times U_n} \{ \min \{ \mu_{A_1}(x_1), \dots, \mu_{A_n}(x_n) \} \}, & \text{pro } f^{-1}(V) \neq \emptyset \\ 0, & \text{pro } f^{-1}(V) = \emptyset. \end{cases} \quad (10.4)$$

Příklad 3.4: Uvažujeme dvě fuzzy čísla $A_1 = [2, 2, 1, 1]$ a $A_2 = [4, 4, 1.5, 1]$ definované na universu \mathbb{R}^1 a funkci $f: \mathbb{R}^1 \times \mathbb{R}^1 \rightarrow \mathbb{R}^1$ definovanou jako aritmetickou operaci sčítání, tj. $f(x_1, x_2) = x_1 + x_2$. Aplikace výrazu (10.4) je pro hlavní hodnoty uvedena v následující tabulce:

Řádka	x_1	x_2	y	$\mu_{A_1}(x_1)$	$\mu_{A_2}(x_2)$	$\mu_B(y)$
1	1	2.5	3.5	0	0	0
2	1.5	3.0	4.5	0.5	0.33	0.33
3	2.0	4.0	6.0	1	1	1
4	2.5	4.5	7.0	0.5	0.66	0.5
5	3.0	5.0	8.0	0	0	0

Výsledky aplikace výrazu (10.4) uvedené v tabulce je možno porovnat s výsledky aritmetické operace sčítání fuzzy čísel uvedenými v následujícím odstavci v tabulce 1.4. ■

Indukční princip může být využit k definici množiny algebraických operací F na množině fuzzy množin \mathbf{A} anebo zpětně k definici tzv. *aproximace* množin $A \in \mathbf{A}$ (aproximační princip).

Uvažujme fuzzy množiny $A, A_1, \dots, A_n \in \mathbf{A}$, operaci $f \in F$ a vhodnou metriku $d: \langle 0,1 \rangle \times \langle 0,1 \rangle \rightarrow \langle 0,1 \rangle$. Aproximací množiny B , která vznikne operací f , $B = f(A_1, \dots, A_n)$, rozumíme fuzzy množinu A , pro kterou platí

$$d(\mu_B(x), \mu_A(x)) = \min_{C \in \mathbf{A}} \{ d(\mu_B(x), \mu_C(x)) \}. \quad (11.4)$$

Aplikací indukčního principu na pojmy součinu fuzzy relací lze konstruktivně získat další nové relace.

Uvažujme klasické relace R, S (pro jednoduchost binární) definované na kartézských součinech univers U_1, U_2, U_3 , tj. $R \subseteq U_1 \times U_2, S \subseteq U_2 \times U_3$.

Fuzzy relace A_R, A_S definujeme jako fuzzy množiny na množinách R, S .

Součin fuzzy relací A_R, A_S definujeme pomocí indukčního principu následovně :

$$\mu_{R \circ S}(x_1, x_3) = \text{Sup} \{ \min \{ \mu_{A_R}(x_1, x_2), \mu_{A_S}(x_2, x_3) \} \}, \quad (12.4)$$

$$(x_1, x_2, x_3) \in U_1 \times U_2 \times U_3$$

kde $R \circ S$ je součin relací R, S .

Pomocí výrazu (12.4) lze velmi snadno definovat některé další užitečné vlastnosti, jako je např. transitivita ("*fuzzy transitivita*") fuzzy relace uspořádání:

$$R \equiv S \equiv \geq, \geq \subseteq U \times U, R \circ R = R, A_R = A_S, (x_1, x_2, x_3) \in U \times U \times U$$

$$\mu_{\geq \circ \geq}(x_1, x_3) = \max \{ \min \{ \mu_{\geq}(x_1, x_2), \mu_{\geq}(x_2, x_3) \} \}, \quad (13.4)$$

$$(x_1, x_2, x_3) \in U \times U \times U$$

Příklad 4.4.: Uvažujme universum $U = \{a, b, c, d\}$, na kterém je definována fuzzy relace uspořádání \geq následujícím způsobem:

$$x, y \in U, \mu_{\geq}(x, y) = \{0.1/(a \geq b), 0.5/(a \geq d), 0.4/(b \geq c), 0.9/(c \geq d)\}. \quad (14.4)$$

Funkce příslušnosti $\mu_{\geq}(x, y)$ je dána po jednotlivých dvojicích, kde číslo nad znakem "/" udává "váhu pravdivosti" výroku, který je pod "/". O hodnotě funkce příslušnosti pro zbývající dvě dvojice na U ($(a, c), (b, d)$) lze rozhodnout na základě transitivity relace \geq a jejího popisu výrazem (14.4), který je zjevně neúplný. Využijeme-li aplikace výrazu (8.4) pro výpočty typu

$$x, y \in U, \mu_{\geq}(y, x) = 1 - \mu_{\geq}(x, y), \quad (15.4)$$

lze velmi rychle určit hodnoty $\mu_{\geq}(a, c)$ a $\mu_{\geq}(b, d)$.

$$\mu_{\geq}(a, c) = \max \{ \min \{ \mu_{\geq}(a, b), \mu_{\geq}(b, c) \}, \min \{ \mu_{\geq}(a, d), \mu_{\geq}(d, c) \} \} =$$

$$= \max \{ \min \{ 0.1, 0.4 \}, \min \{ 0.5, 0.1 \} \} = \max \{ 0.1, 0.1 \} = 0.1 .$$

$$\mu_{\geq}(b,d) = \max \{ \min \{ \mu_{\geq}(b,c), \mu_{\geq}(c,d) \}, \min \{ \mu_{\geq}(b,a), \mu_{\geq}(a,d) \} \} =$$

$$= \max \{ \min \{ 0.4, 0.9 \}, \min \{ 0.5, 0.5 \} \} = \max \{ 0.4, 0.5 \} = 0.5 . \blacksquare$$

1.2.1 Základní aritmetika parametricky reprezentovaných fuzzy čísel

V tabulce 1.4 uvažujeme dvě fuzzy hodnoty (fuzzy čísla) $Q(x) = [a, b, \tau, \beta] = m$, $Q(y) = [c, d, \gamma, \delta] = n$. Symbol $<_0$ je řez částečným uspořádáním $<_{\alpha}$ pro $\alpha = 0$.

Tab.1.4.

Operátor f	Výpočetní formule	Podmínky
$-n$	$(-d, -c, \delta, \gamma)$	
$\frac{1}{n}$	$\left[\frac{1}{d}, \frac{1}{c}, \frac{\delta}{d}(d+\delta), \frac{\gamma}{c}(c-\gamma) \right]$	$n >_0 0, n <_0 0$
$m+n$	$(a+c, b+d, \tau+\gamma, \beta+\delta)$	
$m-n$	$(a-d, b-c, \tau+\delta, \beta+\gamma)$	
$m \times n$	$(ac, bd, a\gamma + c\tau - \tau\gamma, b\delta + d\beta + \beta\delta)$	$m >_0 0, n >_0 0$
	$(ad, bc, d\tau - a\delta + \tau\delta, -b\gamma + c\beta - \beta\gamma)$	$m <_0 0, n >_0 0$
	$(bc, ad, b\gamma - c\beta + \beta\gamma, -d\tau + a\delta - \tau\delta)$	$m >_0 0, n <_0 0$
	$(bd, ac, -b\delta - d\beta - \beta\delta, -a\gamma - c\tau + \tau\gamma)$	$m <_0 0, n <_0 0$

1.3 Jazyková proměnná a prostor fuzzy hodnot

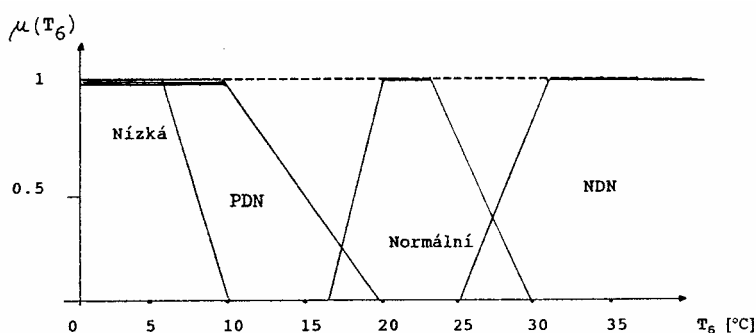
Přestože výše uvedené pojmy (a dále pak také operace s nimi) studujeme v základních partiích obecně (jako v matematice, kde nás při studiu operací nepřilíší zajímají jednotky konstant a proměnných), při vytváření prostoru fuzzy hodnot v reálných případech máme na mysli vždy určitý systém a jednotlivé prostory fuzzy hodnot se podle těchto systémů také odlišují. Tato okolnost se někdy odráží v pojmu

jazyková (lingvistická) proměnná , která spolu s prostorem fuzzy hodnot obsahuje také jméno proměnné a strukturalizaci zúčastněných univers.

Jazykovou proměnnou LV rozumíme trojici

$$LV = \langle J, A, U \rangle, \quad (16.4)$$

kde **J** jméno jazykové proměnné (např. "teplota v Praze v měsíci červnu "), **A** je množina jazykových (fuzzy) hodnot proměnné **J** (např. "pod dlouhodobým normálem" (PDN), nízká , střední , "nad dlouhodobým normálem (NDN)", ...) a **U** je struktura univers, na kterých jsou jazyková proměnná a její fuzzy hodnoty definovány. (V daném případě "teplota v Praze ...", je universem teplotní stupnice, ale obecně to může být kartézský součin několika podunivers $U = U_1 \times \dots \times U_n$.) Na obr. 4.4. je ilustrována jazyková proměnná " T_6 - teplota v Praze v měsíci červnu".



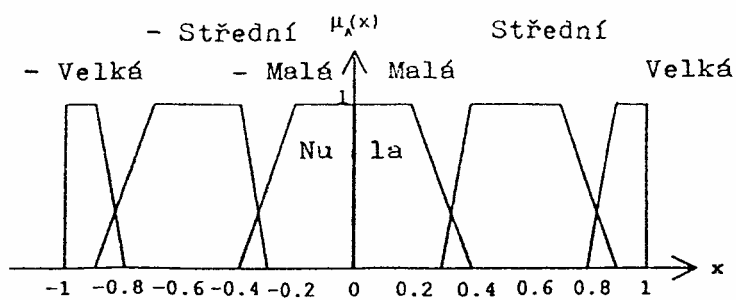
Obr. 4. 4.

V kontextu využití teorie fuzzy množin k modelování systémů je přirozené předpokládat, že existuje určitá intuitivní představa o termínu *systémová proměnná* (teplota, hustota, agresivita, ...). Pomocí těchto proměnných lze již systém a jeho chování kvalitativně popisovat např. na základě pozorování (bez přesného číselného modelu) v termínech *kvalitativních hodnot* a jejich *kvalitativních derivací* (teplota je *vysoká*, hustota je *nízká*, teplota *stoupá*, agresivita *klesá*,...).

Fuzzy kvalitativní hodnotu lze pak chápat jako normální konvexní fuzzy číslo. Množinu všech kvalitativních hodnot vztahených ke všem uvažovaným proměnným daného systému nazýváme **prostorem fuzzy hodnot - Q_F** .

Zejména pro technické systémy byla provedena určitá typizace prostorů fuzzy hodnot. Velmi často se setkáváme s prostorem fuzzy hodnot Q_F

$Q_F = \{- \text{Velká} , - \text{Střední} , - \text{Malá} , \text{Nula} , + \text{Malá} , + \text{Střední} , + \text{Velká} \}$



Obr. 5.4.

a s jeho reprezentací pomocí fuzzy čísel na obr.5.4. (pro případ $U = \langle -1, 1 \rangle$).

1.4. Lingvistická aproximace

Pomocí operací v tabulce 1.4. je možno vypočítávat hodnoty fuzzy proměnných na prostoru Q_F . Výsledkem je nová fuzzy hodnota p (fuzzy číslo), která obecně nemusí být žádnou z fuzzy hodnot prostoru Q_F . Žádné jiné mezi-fuzzy hodnoty na prostoru Q_F ovšem nemáme. K "lingvistickému" určení vypočtené hodnoty je nutno použít další operace, tzv. **lingvistické aproximace**, pomocí které určíme vypočtenou fuzzy hodnotu p jako jí "nejbližší" fuzzy hodnotu z Q_F .

Postup lingvistické aproximace vysvětlíme v následujícím příkladě pro vypočtenou hodnotu $Q(z) = [c, d, \gamma, \delta] = B$ a její hledanou aproximaci $A = [a, b, \alpha, \beta]$, kdy za metriku z výrazu (12.4) budeme brát funkci doporučenou v lit. [30]:

$$d(B, A) = [[1/2[2(a-b-c+d) - \alpha - \beta + \gamma + \delta]]^2 + [1/2[c + d - a - b]]^2]^{1/2}, \quad (17.4)$$

Příklad 5.4. : Uvažujme prostor fuzzy hodnot z obr.5.4 s následujícími parametrickými výrazy pro jednotlivé fuzzy hodnoty :

$$\text{Nula} = [0, 0, 0, 0] ,$$

$$\text{Malá} = [0, 0.2, 0, 0.2] ,$$

$$\text{Střední} = [0.4, 0.7, 0.1, 0.2] ,$$

$$\text{Velká} = [0.9, 1, 0.1, 0] ,$$

$$\text{a platí: } -[a, b, \alpha, \beta] = [-a, -b, \beta, \alpha]$$

Ukážeme nejprve výpočet omezené proměnné $Q(z)$ pro případ algebraické operace "+" (Tab. 1.4) a pro $Q(x) = \text{Malá}$ a $Q(y) = \text{Velká}$.

$$Q(z) = Q(x) + Q(y) = [0, 0.2, 0, 0.2] + [0.9, 1, 0.1, 0] = [0.9, 1.2, 0.1, 0.2] = B.$$

Srovnáním vypočtené fuzzy hodnoty $Q(z)$ s popisem fuzzy hodnot v Q_F zjistíme, že platí buď "Malá + Velká = Střední (A_1)" nebo "Malá + Velká = Velká (A_2)".

Která z těchto "rovností" platí, zjistíme lingvistickou aproximací (podle vztahů z tab. 1.4. a (17.4)):

$$d(B, A_1) = 0.5 , \quad d(B, A_2) = 0.316 ,$$

a tedy pro daný popis prostoru fuzzy hodnot a pro danou algebraickou operaci platí "rovnice" : " Malá + Velká = Velká ". ■

Pozn.: Uvedený konkrétní postup výpočtu lingvistické aproximace je závislý na zadání fuzzy čísel a možnosti definovat vhodnou metrickou funkci, podle zdroje [30]. Nalezneme i jiné postupy, např. v [31], [32]. Dále nutno počítat s tím, že pokud budou proměnné vstupující do operace zadány jako obecné jazykové proměnné, odvození vztahu pro aproximaci nebude triviální [33].

Kontrolní otázky a úlohy pro podkapitulu 1:

- 1) Z průběhu fuzzy hodnoty "nad dlouhodobým normálem" jazykové proměnné na obr. 4.4. , definujte řez pro $\alpha = 0.75$ pomocí výčtu některých hodnot.
- 2) Nalezněte alespoň dva A_1, A_2 řezy na fuzzy hodnotách jazykové proměnné z obr.4.4. , pro které platí $A_1 = A_2$.
- 3) Uvažujme fuzzy množiny A, B na universu $U = \{x_1, \dots, x_4\}$ definované diskrétními hodnotami stupňů příslušnosti :

$$A = \{0.32/x_1, 0.45/x_2, 0.63/x_3, 0.11/x_4\} ,$$

$$B = \{0.75/x_1, 0.12/x_2, 0.27/x_3, 0.81/x_4\} .$$

Sestrojte fuzzy množinu $C = \text{Compl}(A \cup B)$.

- 4) Uvažujme universum $U = \{a, b, c, d\}$, na kterém je definována fuzzy relace ekvivalence " \approx " následujícím způsobem

$$x, y \in U , \mu_{\approx}(x, y) = \{0.1/(a \approx b), 0.5/(a \approx d), 0.4/(b \approx c), 0.9/(c \approx d)\} .$$

Relace ekvivalence je obecně tranzitivní, jako relace uspořádání a lze tedy využít vztahů (12.4), (13.4) a postupů využitých pro dourčení fuzzy relace uspořádání - k dopočítání stupňů příslušnosti dvojic $(a, c), (b, d)$. Relace

ekvivalence je na rozdíl od relace uspořádání symetrická a proto místo vztahu (15.4) je nutno využít rovnosti

$$x, y \in U, \mu_{\approx}(x, y) = \mu_{\approx}(y, x) .$$

- 5) Uvažujte prostor fuzzy hodnot QF z obr. 5.4. Pomocí aritmetických operací uvedených v tab.1.4. a metriky definované výrazem (17.4) vypočtěte aproximace fuzzy hodnot :

$$Q_1(z) = " (- Malá) + Střední " \text{ a } Q_2(z) = " (-Střední) * Velká " .$$

2. Fuzzy logika

V této podkapitole se budeme zabývat pouze úzkou partií výrokové fuzzy logiky.

2.1 Kompoziční pravidlo

V klasické výrokové logice se zabýváme zejména dvěma formálními konstrukcemi. První z nich je **implikace** (podle použitého literárního zdroje někdy také nazývaná *podmíněný výrok*), druhou konstrukcí je **inference** (odvození). (Konstrukce odvození je obvykle nazývána jako pravidlo Modus ponens.) Na obr. 6.4 jsou příslušné formální výrazy (kde p , q jsou elementární výroky vystupující jako premisa (p) a závěr (q)) a pravdivostní tabulky.

$p \Rightarrow q$	$(p, (p \Rightarrow q)) \Rightarrow q$																														
<table border="1" style="border-collapse: collapse; width: 100%;"><thead><tr><th style="padding: 5px;">p</th><th style="padding: 5px;">q</th><th style="padding: 5px;">\Rightarrow</th></tr></thead><tbody><tr><td style="padding: 5px;">0</td><td style="padding: 5px;">0</td><td style="padding: 5px;">1*</td></tr><tr><td style="padding: 5px;">0</td><td style="padding: 5px;">1</td><td style="padding: 5px;">1*</td></tr><tr><td style="padding: 5px;">1</td><td style="padding: 5px;">0</td><td style="padding: 5px;">0</td></tr><tr><td style="padding: 5px;">1</td><td style="padding: 5px;">1</td><td style="padding: 5px;">1</td></tr></tbody></table>	p	q	\Rightarrow	0	0	1*	0	1	1*	1	0	0	1	1	1	<table border="1" style="border-collapse: collapse; width: 100%;"><thead><tr><th style="padding: 5px;">p</th><th style="padding: 5px;">$p \Rightarrow q$</th><th style="padding: 5px;">q</th></tr></thead><tbody><tr><td style="padding: 5px;">0</td><td style="padding: 5px;">0</td><td style="padding: 5px;">1*</td></tr><tr><td style="padding: 5px;">0</td><td style="padding: 5px;">1</td><td style="padding: 5px;">1*</td></tr><tr><td style="padding: 5px;">1</td><td style="padding: 5px;">0</td><td style="padding: 5px;">0</td></tr><tr><td style="padding: 5px;">1</td><td style="padding: 5px;">1</td><td style="padding: 5px;">1</td></tr></tbody></table>	p	$p \Rightarrow q$	q	0	0	1*	0	1	1*	1	0	0	1	1	1
p	q	\Rightarrow																													
0	0	1*																													
0	1	1*																													
1	0	0																													
1	1	1																													
p	$p \Rightarrow q$	q																													
0	0	1*																													
0	1	1*																													
1	0	0																													
1	1	1																													
a)	b)																														

Obr. 6.4.

Neúplná konverze implikace (a) a pravidla odvození (b) je patrná v pravdivostní tabulce (b) v prvním řádku. (Pro $p=0$ a $q=1$ je odpovídající hodnota $(p \Rightarrow q) = 0$, zatímco podle tabulky a) je hodnota druhého řádku pro $(\Rightarrow) = 1$.) Tato okolnost vyplývá z tolerance výroku implikace vůči hodnotě závěru při nepravdivé premise ($p=0$) a je charakterizována populární větou “Ze lži plyne cokoli”. (Proto jsou hodnoty závěrů “1*” v prvních dvou řádcích v obou tabulkách označeny hvězdičkou, protože právě tak dobře by tam mohly být hodnoty 0*.) Ve fuzzy logice se s jevem neúplné konverze setkáme rovněž (jak dále uvidíme).

K implikaci a k pravidlu odvození vede ještě jiná cesta. Pomineme-li je jako konstrukce realizující “přenos pravdivosti“, je možno **p** chápat jako unární relaci, **implikaci** jako relaci binární a **pravidlo odvození jako jejich relační součin**:

$$„ p o (p \Rightarrow q) = q „$$

Podobně operaci **fuzzy inference** lze v rámci fuzzy logiky a v návaznosti na předchozí partii o fuzzy množinách zavést jako relační součin dvou fuzzy relací.

Vycházíme z obecného výrazu (12.4), který se často nazývá jako **kompoziční pravidlo**.

Definice 1.2: Mějme fuzzy množiny A, B definované na universech X, Y a binární fuzzy relaci R definovanou na kartézském součinu těchto univers $X \times Y$.

Fuzzy kompoziční pravidlo umožňuje získat fuzzy množinu B jako kompozici (relační součin) fuzzy množiny A a fuzzy relace R :

$$B = A o R = (R o A) \quad (18.4)$$

Pokud jsou X, Y konečná universa, přechází vztah (12.4) na tvar

$$\mu_{A o R}(y) = \mu_B(y) = \max_{\forall x \in X} \{ \min \{ \mu_A(x), \mu_R(x, y) \} \}, \text{ pro } y \in Y. \quad (19.4)$$

Vztah (19.4) je předpisem pro výpočet hodnoty funkce příslušnosti k fuzzy množině B pro jediné y z Y . Chceme-li získat hodnoty funkce příslušnosti pro všechny prvky Y , je třeba výpočet (19.4) provést pro každý prvek y .

Pokud fuzzy relace R reprezentuje fuzzy implikaci, fuzzy kompoziční pravidlo realizuje **fuzzy inferenci** .

Příklad 6.4.: Uvažujme případ jednoduché diagnostiky chování automobilu. Diagnózu hledáme na základě pozorovatelných symptomů (X) a jejich možné realizace (A) a známé relace - fuzzy implikace R - (přiřazující symptomy možným poruchám Y s neurčitostmi (B)).

Symptomy = X = {1... Nestartuje, 2 ... Rychle se přehřívá, 3 ... Nedrží výkon, 4 ...klepou ventily} ,

Poruchy = Y = {5 ... Slabá baterie, 6 ... Chudá směs, 7 ... Málo oleje, 8 ... narušená spojka}.

Fuzzy implikace R je reprezentována maticí IM:

IM	5	6	7	8
1	1	0.5	0.3	0.0
2	0.0	0.5	0.8	0.2
3	0.0	0.6	0.2	0.8
4	0.0	0.8	0.4	0.0

Realizace symptomů : $A = \{0.5/1, 0.5/2, 0.8/3, 0.2/4\}$.

Vypočtete:

a) fuzzy množinu B, při vstupu fuzzy množiny A,

b) hodnotu neurčitosti jednotlivých poruch pro případ, že $x = 2$.

a) $B = \{0.5/1, 0.5/2, 0.8/3, 0.2/4\} \circ IM =$

$= \{0.5/1, 0.5/2, 0.8/3, 0.2/4\} \circ$

IM	5	6	7	8
1	1	0.5	0.3	0.0
2	0.0	0.5	0.8	0.2
3	0.0	0.6	0.2	0.8
4	0.0	0.8	0.4	0.0

$= \{ \mu_B(5) = \max \{ \min \{0.5, 1\}, \min \{0.5, 0.0\}, \min \{0.8, 0.0\}, \min \{0.2, 0.0\} \},$

$\mu_B(6) = \max \{ \min \{0.5, 0.5\}, \min \{0.5, 0.5\}, \min \{0.8, 0.6\}, \min \{0.2, 0.8\} \},$

$\mu_B(7) = \max \{ \min \{0.5, 0.3\}, \min \{0.5, 0.8\}, \min \{0.8, 0.2\}, \min \{0.2, 0.4\} \},$

$\mu_B(8) = \max \{ \min \{0.5, 0.0\}, \min \{0.5, 0.2\}, \min \{0.8, 0.8\}, \min \{0.2, 0.0\} \} =$

$= \{0.5/5, 0.6/6, 0.5/7, 0.8/8\} .$

$$\begin{aligned}
 \text{b) } \mathbf{B}(x=2) &= \{ \mu_B(5) = \{ \min \{0.5, 0.0\}, \mu_B(6) = \{ \min \{0.5, 0.5\}, \\
 &\quad \mu_B(7) = \{ \min \{0.5, 0.8\}, \mu_B(8) = \{ \min \{0.5, 0.2\} \} = \\
 &= \{ 0.0/5, 0.5/6, 0.5/7, 0.2/8 \}.
 \end{aligned}$$

Pozn.: Při aplikaci kompozičního pravidla je výsledkem vždy fuzzy množina. (Jak pro proměnou x zadanou fuzzy množinou (\mathbf{A}) tak i pro x zadanou hodnotou ($x = x_0$)). ■

Dále uvedeme výpočetní formule pro hodnoty funkcí příslušnosti implikací a inferencí po jednotlivých konfiguracích hodnot univers (tj. bod po bodu). Formule se obvykle rozlišují podle autorů implikací. Následující výrazy se váží na výpočet fuzzy implikace a fuzzy inference podle **Lukasiewicze**, **Mamdaniho** a **Larsena**.

Výpočet fuzzy implikace a fuzzy inference podle *Lukasiewicze*:

$$\mu_{IMLu}(x,y) = \min \{ 1, (1 - \mu_A(x) + \mu_B(y)) \} \text{ pro } (x,y) \in X \times Y, \quad (20.4)$$

$$\mu_{BLu}(y) = \max \{ 0, (\mu_A(x) + \mu_{IMLu}(x,y) - 1) \}, \text{ pro } (x,y) \in X \times Y. \quad (21.4)$$

Výpočet fuzzy implikace a fuzzy inference podle *Mamdaniho*:

$$\mu_{IMM}(x,y) = \min \{ \mu_A(x), \mu_B(y) \}. \quad (22.4)$$

$$\mu_{BM}(y) = \begin{cases} \mu_A(x), & \text{pro } \mu_{IMM}(x,y) = \mu_A(x) \text{ a } (x,y) \in X \times Y, \\ \mu_{IMM}(x,y), & \text{pro } \mu_{IMM}(x,y) < \mu_A(x) \text{ a } (x,y) \in X \times Y. \end{cases} \quad (23.4)$$

Výpočet fuzzy implikace a fuzzy inference podle *Larsena*:

$$\mu_{IMLa}(x,y) = \mu_A(x) * \mu_B(y). \quad (24.4)$$

$$\mu_{BLa}(y) = \begin{cases} \mu_A(x), & \text{pro } \mu_{IMLa}(x,y) = \mu_A(x) \text{ a } (x,y) \in X \times Y, \\ \mu_{IMLa}(x,y), & \text{pro } \mu_{IMLa}(x,y) < \mu_A(x) \text{ a } (x,y) \in X \times Y. \end{cases} \quad (25.4)$$

Pozn.: Ve výrazech (20.4) – (25.4) rozlišujeme hodnotu funkce příslušnosti závěru danou pouze hodnotou proměnné $y \in Y$ (a označenou $\mu_B(y)$) a hodnotu funkce příslušnosti závěru jako hodnotu fuzzy inference (svazující dvojici hodnot $(x,y) \in X \times Y$ a označenou $\mu_{BLu}(y)$, $\mu_{BM}(y)$ a $\mu_{BLa}(y)$).

Zobecnění výrazů (20.4) – (25.4) poskytuje velice příznivé konstrukce výpočtu inferencí pro případy ostrých hodnot $x=x_0$. V následujících odstavcích uvedeme odvození a grafické konstrukce výpočtu inferencí pro případy Mamdaniho a Larsenovy implikace.

• *Mamdaniho fuzzy inference pro hodnotu $x=x_0$:*

Mějme fuzzy množiny A, B definované na spojitých universech X, Y.

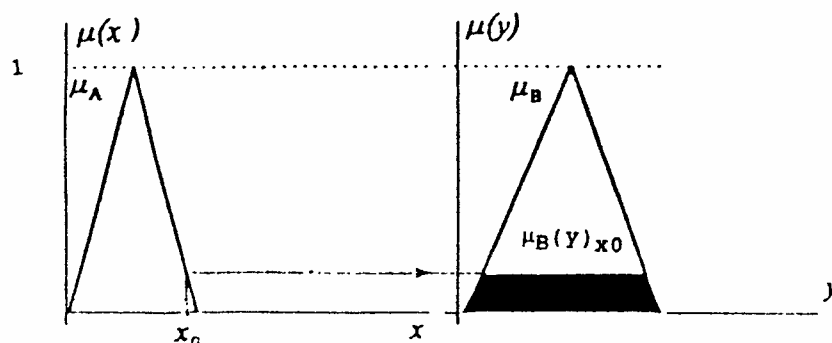
Pro Mamdaniho implikaci má kompoziční pravidlo (počítané pro každé $y \in Y$, pro $x=x_0$) tvar:

$$\mu_{BM}(y) = \min \{ \mu_A(x_0), \mu_{IMM}(x_0, y) \} = \min \{ \mu_A(x_0), \min \{ \mu_A(x_0), \mu_B(y) \} \}. \quad (26.4)$$

Při srovnávání velikosti hodnot $\mu_A(x_0)$ a $\min \{ \mu_A(x_0), \mu_B(y) \}$ mohou nastat tyto tři případy :

- (i) $(\mu_A(x_0) > \mu_B(y)) \Rightarrow (\mu_{BM}(y) = \mu_B(y))$,
 - (ii) $(\mu_A(x_0) < \mu_B(y)) \Rightarrow (\mu_{BM}(y) = \mu_A(x_0))$,
 - (iii) $(\mu_A(x_0) = \mu_B(y)) \Rightarrow (\mu_{BM}(y) = \mu_A(x_0))$.
- (27.4)

Odvozené výrazy (27.4) se shodují s opakovanou aplikací výpočetní formule (23.4) pro $x=x_0$ a veškerá $y \in Y$ a pro případ spojitých univers $X \times Y \subseteq R^1 \times R^1$ poskytují velice průhlednou grafickou představu o konstrukci funkce příslušnosti $\mu_{BM}(y)$ - viz. obr.7.4.



Obr.7.4.

• *Larsenova fuzzy inference pro hodnotu $x=x_0$:*

Pro Larsenovu implikaci má kompoziční pravidlo (počítané pro každé $y \in Y$, pro

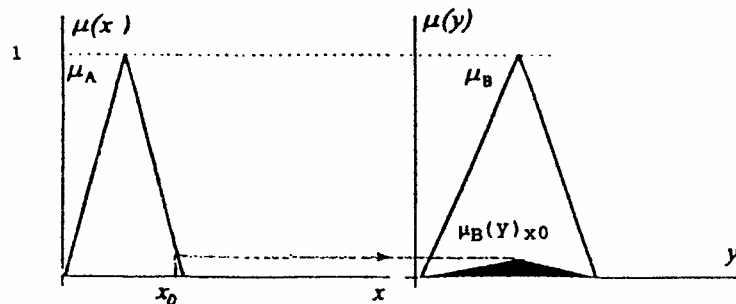
$x = x_0$) tvar:

$$\mu_{BLA}(y) = \min \{ \mu_A(x_0), \mu_{IMLA}(x_0, y) \} = \min \{ \mu_A(x_0), \mu_A(x_0) * \mu_B(y) \}. \quad (28.4)$$

Pokud obor hodnot funkcí příslušnosti funkce je $L = \langle 0, 1 \rangle$, platí výraz (24.4):

$$\mu_{BLA}(y) = \mu_A(x_0) * \mu_B(y).$$

Výraz (28.4) se shoduje s opakovanou aplikací výpočetní formule (25.4) pro $x=x_0$ a veškerá $y \in Y$ a pro případ spojitých univers $X \times Y \subseteq R^1 \times R^1$ poskytuje velice průhlednou grafickou představu o konstrukci funkce příslušnosti $\mu_{BLA}(y)$ - viz. obr.8.4.



Obr.8.4

(Dále se často používají výpočetní formule podle Gödela, Kleene-Dienes a Zadeha. Podrobněji např. v lit. [3] .)

Ze všech formulí uváděných pro výpočet funkcí příslušnosti implikace a závěru pro dvojice hodnot $(x,y) \in X \times Y$, splňují úplnou konverzi pouze formule Gödelovy.

Kontrolní otázky a úlohy pro podkapitolu 2:

- 1) Kterou operaci relačního kalkulu na klasických množinách představuje kompoziční pravidlo ?
- 2) Vypočtete inferenci $[(x, \mu_A(x)), ((x, \mu_A(x)) \Rightarrow (y, \mu_B(y)))] \Rightarrow (y, \mu_B(y))$, pro případ Mamdaniho implikace a pro prvky: $(x, 0.55)$, $(y, 0.35)$.
- 3) Ověřte konverzi fuzzy implikace a fuzzy inference pro případ Lukasiewiczova logického kalkulu pro prvky $(x, 0.55)$, $(y, 0.35)$.

3. Pravidlové systémy

V oblasti umělé inteligence má pojem *pravidla* speciální význam, podobně jako pojem *znalosti*.

Znalosti jsou struktury pojmů a dat spojené určitými obsahovými (sémantickými) vazbami. (Tyto vazby mohou mít např. kausální formu "jestliže, ..., pak ...", nebo uvádějí specifikační operaci "x je typu y", "x má hodnotu y", nebo prostě vyjadřují určitou hlubší obsahovou sounáležitost uvedených pojmů a dat (např. zakódovaných v turistickém plánu velkoměsta).)

Pro formální a strojové zpracování je nutno znalosti strukturalizovat (nejčastěji v symbolické formě). O symbolických (znakových) strukturách formálně reprezentujících znalosti hovoříme jako o *reprezentacích*. (Rozlišujeme tedy mezi znalostmi samotnými a jejich typy a mezi jejich reprezentacemi.)

Pravidla jsou jednou z nepřírozenějších reprezentací znalostí. Jejich nejjednodušší formální podobou jsou uspořádané dvojice symbolických struktur $\langle L, R \rangle$ svázaných určitou manipulační procedurou. O této proceduře se hovoří jako o aplikaci (matching) pravidla k dané situaci. Zpravidla se nejprve provádí aplikace struktury L pravidla v tom smyslu, že do proměnných (a prázdných pojmů) obsažených v pravidle se dosazují konstanty (a konkrétní sémantické objekty) odpovídající dané situaci. Po etapě dosazení se vyhodnocuje konsistence struktury L. (Pokud je L např. strukturou logických formulí nebo výroků, jde o konsistenci založenou na kategoriích pravdivosti a bezespornosti. Pokud je L formalizována např. jako relační graf s vyznačenými omezeními, konsistencí rozumíme splnění všech požadovaných omezení. Pokud je L shledána jako konsistentní, provádí se aplikace struktury R.

Nejčastěji se budeme setkávat s následující detailnější strukturou pravidla :

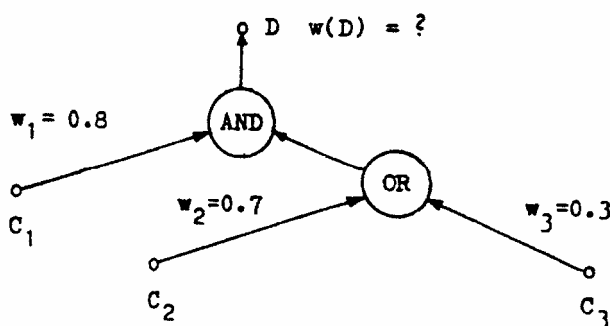
$$\langle f(C_1, \dots, C_n), (w_1, \dots, w_n) \rangle \text{ ---> } \langle D, g(w_{1a}, \dots, w_{na}) \rangle, \quad (29.4)$$

kde C_1, \dots, C_n jsou podmínky pravidla, w_1, \dots, w_n jsou váhy působení těchto podmínek na váhu důsledku D pravidla, f je tzv **interakční funkce** (určuje typ interakce podmínek v pravidle) a $g(w_1, \dots, w_n)$ je číselná funkce pro výpočet váhy důsledku pravidla D .

Příklad 7.4. : Uvažujme technický systém , který pracuje jako tepelný výměník v prostředí s poruchami, jejichž charakter a velikost nelze predikovat pomocí analytického modelu. Lze ovšem soustředit empirické vlastnosti expertů a operátorů a formalizovat je pomocí pravidel následujícího typu :

\langle (Jestliže teplota vstupující teplosměnné látky je vyšší než 429 [°K] (C_1)) AND AND \langle ((Množství vstupující látky Q_1 poklesne pod hodnotu 0.02 [m³/sec] (C_2)) OR (Množství vystupující látky Q_2 poklesne pod hodnotu 0.1 [m³/sec] (C_3))) $\rangle\rangle$ ---->
 ---> \langle Pak vnitřní teplota soustavy naroste během 9 [min] nad hodnotu 500 [°K] (D) \rangle .

Toto pravidlo s vyznačením interakčních funkcí (AND, OR) a s váhami působících podmínek (w_1, w_2, w_3) je na obr. 9.4. ■



Obr.9.4.

Váhy w_1, w_2, w_3 vyjadřují vnitřní souvislosti znalosti vyjádřené pravidlem. Obvykle je určuje expert, který dokonale zná chování systému. Tyto váhy vyjadřují určité stálé zákonitosti systému a jeho prostředí (např. fyzikální zákony). Neodrážejí ovšem aktuální stav systému. Aktuální stav systému popisují váhy splnění podmínek $C_1, C_2,$

C_3 . Tyto podmínky vystupují v roli fuzzy množin na příslušných universech. Pro dané funkce příslušnosti získáme pak tzv. "aktuální váhy" splnění podmínek, (které pak dále prostupují pravidlem k váze důsledku). Tak např. pro fuzzy množinu C_1 na universu teploty T_1 má hodnota 311 stupňů Kelvina hodnotu $\mu_{C_1}(T_1=311[^\circ\text{K}]) = 0.71$, (kterou bychom odečetli z příslušného průběhu funkce μ_{C_1}). Tato hodnota pak vytváří spolu s váhou w_1 tzv. aktualizovanou váhu w_{1a} (zpravidla aritmetickou operací násobení). Obecně tedy platí

$$w_{ia} = \mu_{C_i} * w_i \quad (30.4)$$

Do jednotlivých uzlů pravidla vstupují aktualizované váhy, se kterými se počítají podle funkcí $g(\dots)$ (odpovídajících příslušným interakčním funkcím f) důsledky dílčích faktů vystupujících z uzlů.

Nejběžnější dvojice funkcí f a g , jsou následující :

- $f = \text{AND}$, $w(D) = g(w_{1a}, \dots, w_{na}) = \min \{w_{1a}, \dots, w_{na}\}$, (31.4)

- $f = \text{OR}$, $w(D) = g(w_{1a}, \dots, w_{na}) = \max \{w_{1a}, \dots, w_{na}\}$, (32.4)

- $f = \text{NOT}$, $w(D) = g(w_{ia}) = 1 - w_{ia}$, (33.4)

- $f = H_M$, $w(D) = g_M(w_{1a}, g_M(w_{2a}, \dots, w_{na})) = g_M(w_{1a}, g_M(w_{2a}, g_M(w_{3a}, \dots, w_{na}))) =$
 $= g_M(w_{1a}, g_M(w_{2a}, g_M(w_{3a}, \dots, g_M(w_{n-2,a}, (w_{n-1,a} + w_{na} - w_{n-1,a} * w_{na})))) \dots$. (34.4)

- $f = H_P$, $w(D) = g_P(w_{1a}, g_P(w_{2a}, \dots, w_{na})) = g_P(w_{1a}, g_P(w_{2a}, g_P(w_{3a}, \dots, w_{na}))) =$
 $= g_P(w_{1a}, g_P(w_{2a}, g_P(w_{3a}, \dots, g_P(w_{n-2,a}, (w_{n-1,a} + w_{na} / (1 + w_{n-1,a} * w_{na})))) \dots$. (35.4)

Interakční funkce H_M a H_P jsou odvozeny od speciálních pravidel užívaných v pravidlových sítích expertních systémů MYCIN (H_M) a PROSPECTOR (H_P).

Vstupuje-li do pravidla jako váha podmínky $w(iC_i)$ váha důsledku z některého předchozího pravidla $w(i^{-1}D)$, obvykle se uvažuje rovnost $w(iC_i) = w(i^{-1}D)$.

Příklad 8.4.: Vypočtete váhu důsledku μ_D pro pravidlo uvedené na obr. 9.4. pro hodnoty $\mu_{C_1} = 0.7$, $\mu_{C_2} = 0.9$ a $\mu_{C_3} = 0.8$.

Vypočteme nejprve váhu důsledku D_1 pravidla OR, pak váhu důsledku D :

$$w(D_1) = \max \{w_{2a}, w_{3a}\} = \max \{0.63, 0.24\} = 0.63 .$$

$$w(D) = \min \{w_{1a}, w_a(D_1)\} = \min \{0.56, 0.63\} = 0.56 .$$

Výsledek $w(D)$ se interpretuje tak, že v aktuálním stavu tepelného systému je váha splňování situace, při níž vnitřní teplota soustavy naroste během 9 [min] nad hodnotu 500 [°K]: 0.56. ■

4. Objevování a vytěžování znalostí na databázích

- Operacemi nad databází získáme "nové" informace, které sice databáze obsahovala, ale bylo třeba provést speciální operace k jejich objevení. Tyto nové informace budou mít charakter znalostí (a bude je možno také velmi snadno jako znalosti reprezentovat). Tato extrémní oblast, dnes velmi intenzivně zkoumaná, se nazývá "vytěžování databází" nebo "dobývání znalostí z databází" ("data mining") a výsledky získávané těmito procedurami se nazývají objevy (discoveries).

Nástrojů na vytěžování znalostí je dnes již velmi mnoho [11], [12]. Z nejčastěji používaných přístupů jmenujeme následující:

- Konceptuální svazy,
- Rough množiny,
- Formální a algoritmické konstrukce (např. GUHA (General Unary Hypotheses Automaton) nebo LISP-Miner),
- Shluková analýza.
- Statistické metody (soustředěné do speciálních softwarů např. STATISTIKA).

4.1 Uspořádání, konceptuální svazy, Hasseův diagram a pravidla

Definice 1.4: Mějme universum prvků U , množinu atributů A a množiny hodnot V_{a_i} , kterých mohou atributy a_i z množiny A nabývat ($V = \cup V_{a_i}$). Dále uvažujeme funkci $g: U \times A \rightarrow V$, která zajišťuje hodnoty atributů pro prvky universa U . ■

Pojem "informačního systému" zavedl Pawlak [8], jako dvojici $\langle U, A \rangle$ (s implicitně existující funkcí $g: U \times A \rightarrow V$).

Pawlak dále zavedl řadu pojmů, které se pro vytěžování znalostí používají, jako např:

- Rough množina (hrubá, aproximovaná množina),
- AQ matroid (AQ je indukativní učící se systém pracující s algoritmem STAR),
- Konzistentní pravidlo (redukce znalostí),
- Pawlakův matroid,
- Greedoid.

Definice 2.4: Relace částečné uspořádání (označme P) je binární relace s následujícími vlastnostmi:

- Reflexivita,
- Slabá antisymetrie,
- Tranzitivita. ■

Pokud je na U zavedena relace P , U se nazývá částečně uspořádaná množina.

Definice 3.4: Relace "úplné uspořádání" má vlastnosti relace "částečné uspořádání" a dále platí následující podmínka:

$$\forall x, y \in U, (x P y) \text{ OR } (y P x). \blacksquare \quad (36.4)$$

Definice 4.4.: Relace "stromovité uspořádání" má vlastnosti relace "částečné uspořádání" a dále platí následující podmínky:

$$(i) ((x P y) \text{ AND } (x P z)) \Rightarrow (y \text{ a } z \text{ jsou porovnatelné}) \blacksquare \quad (37.4)$$

$$(ii) \text{ Na množině } U \text{ existuje maximální (minimální) prvek. } \blacksquare \quad (38.4)$$

Pozn: Podmínku (i) lze nahradit vlastností

$$\exists z, y, z ((x \leq z) \text{ AND } (y \leq z)) \Rightarrow (x, y \text{ jsou neporovnatelné}) \blacksquare \quad (39.4)$$

Definice 5.4: Svaz (L) je částečně uspořádaná množina, na které jsou definovány binární operace spojení (\vee) a průseku (\wedge).

$$L = \langle U, P, \vee, \wedge \rangle. \quad (40.4)$$

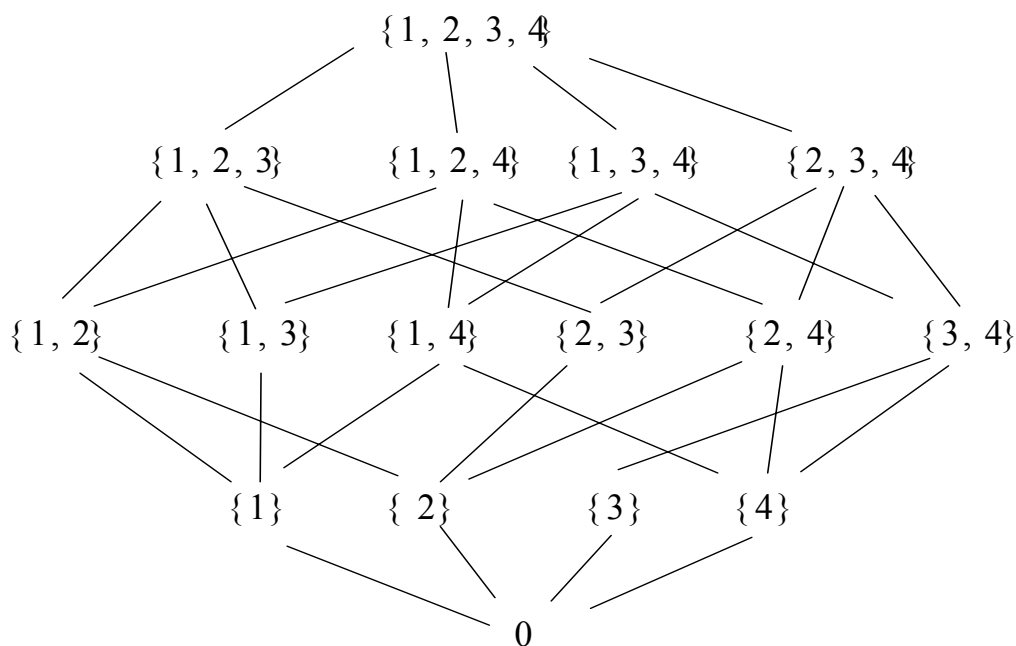
Operace “spojení” se konstruuje jako nejnižší horní závora (v zahraniční literatuře nazývaná “join”),

Operace “průsek se konstruuje jako nejvyšší dolní závora (v zahraniční literatuře nazývaná “meet”).■

V následujícím příkladu uvedeme velice jednoduchý svaz, který vzniká sestrojením všech sjednocení a průniků na množině a jejich uspořádáním do svazové struktury. Svaz se často nazývá jako *Hasseův diagram*, [7].

Příklad 9.4: Sestrojte a nakreslete (Obr.10.4) svaz

$$L = \langle \{1, 2, 3, 4\}, \subseteq, \cup, \cap \rangle.$$



Obr.10.4.

Konceptuální svaz

Definice 6.4.: Trojici $C = (O, A, R)$, (O je množina objektů, A je množina položek (atributů) a R je binární relace $R \subseteq O \times A$) nazýváme *kontextem vytěžování dat* (Data Mining Context), [9]. ■

Přirozeným sdružováním objektů a vztahů mezi objekty a jejich množinami položek získáme tzv. *konceptuální svaz* na kontextu vytěžování dat (dále označovaný **LC**). Každý prvek svazu **LC** odvozený z kontextu C je dvojice $\langle X, Y \rangle$, kde X je množina objektů $X \subseteq O$ a Y je množina položek $Y \subseteq A$. Každá dvojice $\langle X, Y \rangle$ splňuje následující podmínky vzhledem k relaci R .

$$X = \{x \in O \mid \forall y \in Y, x R y\}, \quad (41.4)$$

$$Y = \{y \in A \mid \forall x \in X, x R y\}. \quad (42.4)$$

X je největší množina objektů popsaná vlastnostmi z Y, a Y je největší množina položek společná všem objektům z X. Prostřednictvím částečného uspořádání "P" (které náleží do definice svazu) lze zkonstruovat *Hasseův diagram*:

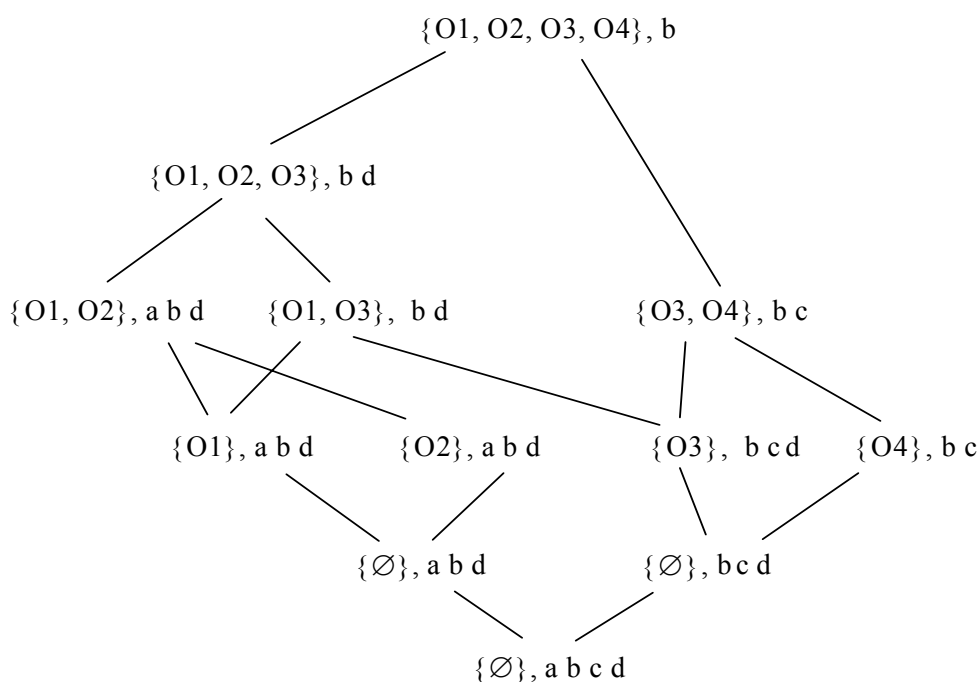
- Hrana z H_1 do H_2 existuje pokud $H_1 < H_2$ a není žádný prvek H_3 svazu takový, že $H_1 < H_3 < H_2$.
- H_1 je předchůdce prvku H_2 (H_2 je následník prvku H_1).
- Dvojice $\langle X, Y \rangle$ představuje uzel v Hasseova diagramu.

Příklad 10.4: Uvažujme *kontext vytěžování dat* $C = (\{O1, O2, O3, O4\}, \{a, b, c, d\}, R)$ s relací R reprezentovanou v tabulce na obr. 11.4. Sestrojte konceptuální svaz.

R	a	B	c	d
O1	1	1		1
O2	1	1		1
O3		1	1	1
O4		1	1	

Obr.11.4. Relace na kontextu k příkladu 10.4.

Na konstrukci Hasseova diagramu z obr.12.4 je patrné, že pro atributy a pro objekty z relace R postupujeme v opačných směrech. (Tzn. pro objekty je relace spojení (sjednocení) orientována k hornímu okraji stránky, pro atributy opačně.)



Extrakce pravidel z konceptuálního svazu

Představíme pouze nejjednodušší konstrukci pro získání závislostí mezi atributy: Procházíme postupně každou hranou Hasseova diagramu, kontrolujeme podmínky a provádíme následující operaci:

- $H1, H2$ ($H2$ je následník $H1$),
- $\#H1 < \#H2$, (kde $\#H$ je počet prvků v množině H)
- Pravidlo sestrojíme podle formy $H1 \Rightarrow (H2 - H1)$, (kde $H2 - H1$ je množinový rozdíl.)

Dále se pak vypočítají stupně podpory (*Supp*) a spolehlivosti (*Conf*) – popsáno dále.

Příklad 11.4: Extrakce pravidel z Hasseova digramu k relaci R z příkladu 10.4., vyjadřující závislosti mezi atributy.

- $p1: \{b\} \Rightarrow \{c\}$,
- $p2: \{b\} \Rightarrow \{d\}$,
- $p3: \{bd\} \Rightarrow \{a\}$,
- $p4: \{bd\} \Rightarrow \{c\}$,
- $p5: \{bc\} \Rightarrow \{d\}$.

Stejným způsobem bychom mohli extrahovat pravidla vyjadřující závislosti mezi objekty.

*Výpočet hodnot podpory (**Supp**) a spolehlivosti (**Conf**) pravidel.*

Pravidla získaná z Hasseova diagramu nemají (vzhledem k celé relaci R) stejnou platnost a spolehlivost. Některá platí silněji, než jiná, některá pravidla platí spíše, než jiná. Pro srovnání těchto intuitivních vlastností pravidel jsou obvykle vyčíslovány

hodnoty **Supp** (podpora) a **Conf** (spolehlivost). Pro pravidla vyjadřující závislosti mezi atributy postupujeme následujícím postupem:

Uvažujeme množinu objektů \mathbf{O} a množinu atributů \mathbf{A} (obě množiny jsou předpokládány konečné). Uvažujme pravidlo $A_i \Rightarrow A_j$, kde $A_i, A_j \in \mathbf{A}$, $A_i, A_j \neq \emptyset$, $A_i \cap A_j = \emptyset$. Pravidlo $A_i \Rightarrow A_j$ znamená: “každý objekt O , který má atribut A_i (označíme $\mathbf{lct}(O, A_i)$), má také atribut A_j , ($\mathbf{lct}(s, A_j)$)”.

Podporu a spolehlivost pravidla $A_i \Rightarrow A_j$ vyjadřujeme následovně:

$$\text{supp}(A_i, \mathbf{O}) = (\#\{O \in \mathbf{O} \mid \mathbf{lct}(O, A_i)\}) / (\#\mathbf{O}), \quad (43.4)$$

$$\mathbf{Supp}(A_i \Rightarrow A_j, \mathbf{O}) = \text{supp}(A_i \cup A_j, \mathbf{O}), \quad (44.4)$$

$$\mathbf{Conf}(A_i \Rightarrow A_j, \mathbf{O}) = (\mathbf{Supp}(A_i \Rightarrow A_j, \mathbf{O})) / \text{supp}(A_i). \quad (45.4)$$

Hodnoty **Supp** a **Conf** vypočtené pro pravidla získaná v příkladu 11.4. jsou uvedeny v tabulce Tab.2.4.

Tab.2.4.

Pravidlo π_i	Tvar pravidla	Supp (π_i)	Conf (π_i)
p1	$\{b\} \Rightarrow \{c\}$	0.5	0.5
p2	$\{b\} \Rightarrow \{d\}$	0.75	0.75
p3	$\{bd\} \Rightarrow \{a\}$	0.5	0.66
p4	$\{bd\} \Rightarrow \{c\}$	0.5	0.66
p5	$\{bc\} \Rightarrow \{d\}$	0.5	1

Příklad 12.4. Získání pravidel chování narušeného ekosystému na základě analýzy jeho stavového popisu.

Jedná se o vybraný ekosystém, který inklinuje k narušení tzv. malého vodního cyklu (MVC) soustavnou dehydratací a to až ke stavům, kdy je narušeno dýchání rostlin (evapotranspirace). (Malý vodní cyklus (MVC) popisuje chování lokálního ekosystému, při kterém většina vody, která je do ekosystému přivedena se odpaří a spadne zpět do tohoto ekosystému. Ve sledované oblasti je tento cyklus narušen tím, že odpařená voda je velmi rychle vynášena do výškové zóny, kde ještě nedochází ke kondenzaci a v této zóně je transportována mimo lokální ekosystém až ke vzdáleným horským pásmům, kde ve stoupajících vzdušných proudech dochází ke kondenzaci. (Vlivem vysokých objemů přinesené vodní páry dochází mnohdy k přívalovým dešťům.)

Kvalitativní popis systému, který je zde pro ilustraci zaveden, vychází z předpokladu, že jsme schopni efektivně koncentrovat informaci o chování systému do stavů a do přechodů mezi těmito stavy. Stav je jednak srozumitelným jazykovým označením určitého časoprostorového výseku ze života systému (např. vysoký odpar nebo polojasno), jednak je to označení určitého typického výsledku měření na speciálních meteorologických stanicích.

Stavy systému

Vlhkost vzduchu a voda

- S1... *Nízká lokální vlhkost,*
- S2... *Střední lokální vlhkost,*
- S3... *Vysoká lokální vlhkost,*
- S4... *Lokální mlha,*
- S5... *Pásmová mlha, (zasahuje plochu větší než 20 km²)*
- S6... *Vysoká nasáklost půdy*
- S7... *Lokální záplavy,*
- S8... *Narušení malého vodního cyklu,*

Počasí:

- S9... *Déšť,*
- S10... *Sníh,*
- S11... *Lokální dlouhotrvající sucho (vyschlost půdy),*
- S12... *Polojasno,*
- S13... *Velká oblačnost a zataženo,*
- S14... *Silný vítr,*
- S15... *Bouře,*

Odpar:

S16... *Vysoký odpar – nic se nevrací,*

S17... *Střední odpar – část odpařené vody se vrací do míst odparu,*

S18... *Nízký odpar,*

S19... *Narušená evapotranspirace.*

Dále je předložena matice přechodů mezi stavy v tabulce Tab.3.4.

(Význam symbolů v matici přechodů: Symbol „1“ označuje možný přechod mezi stavy (tzn. např. (S2 →S4). Symbol „0“ označuje neexistenci (vysokou nejistotu) přechodu mezi stavy a symbol „*“ označuje nerelevantnost otázky po přechodu mezi stavy.)

Jako kvalitativní model chování ekosystému bychom sestrojili stavový diagram odpovídající kvalitativní matici přechodů. To je vcelku jednoduchá operace, která vede k poměrně nepřehlednému výsledku, proto tento krok zde vynecháme.

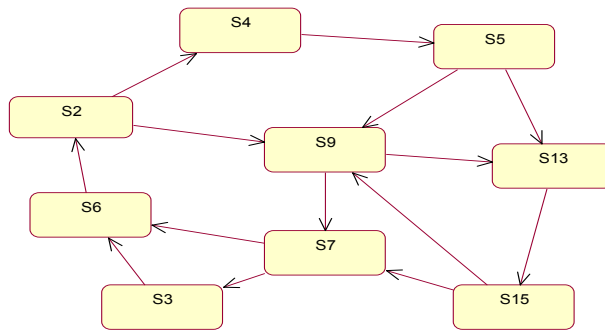
Tab.3.4. Kvalitativní matice přechodů

	S1	S2	S3	S4	S5	S6	S7	S8	S9	S10	S11	S12	S13	S14	S15	S16	S17	S18	S19
S1	1	1	0	0	0	0	*	*	*	*	1	*	*	*	*	1	1	1	1
S2	1	1	1	1	1	0	*	0	1	1	0	1	1	*	0	1	1	1	0
S3	0	1	1	1	1	1	1	0	*	*	0	*	*	*	*	1	1	0	0
S4	0	0	1	1	1	*	*	*	1	1	0	1	1	*	0	0	1	1	0
S5	0	1	1	1	1	*	*	0	1	1	0	1	1	*	1	0	0	1	0
S6	0	1	1	1	0	1	1	0	*	*	0	1	1	*	*	0	1	1	0
S7	0	1	1	1	0	1	1	0	1	0	0	1	1	1	1	0	0	1	0
S8	1	0	0	0	0	0	1	1	0	0	1	0	0	1	0	1	0	0	1
S9	0	1	1	1	1	1	1	0	1	1	0	1	0	1	1	0	0	1	0
S10	0	1	1	1	1	1	1	0	1	1	0	1	1	1	0	0	0	1	0
S11	1	0	0	0	0	0	0	1	0	0	1	0	1	0	0	0	0	0	1
S12	*	*	*	0	0	1	*	*	1	1	0	1	1	0	0	0	1	1	0
S13	*	*	*	0	0	*	*	0	0	0		1	1		*	0	1	1	0
S14	*	*	*	0	0	*	*	*	*	*	0	1	1	1	1	1	0	0	0
S15	1	1	1	1	0	1	1	0	1	1	0	1	0	1	1	0	1	1	0
S16	1	1	0	0	0	0	0	1	0	0	1	1	0	*	1	1	1	0	1
S17	1	1	0	1	1	1	0	0	1	1	0	1	0	*	1	0	1	1	0
S18	1	0	0	0	0	0	*	1	0	0	1	1	0	*	1	0	0	1	0
S19	1	0	0	0	0	0	0	1	0	0	1	*	*	*	*	1	0	0	1

Monitorovací super-třídy

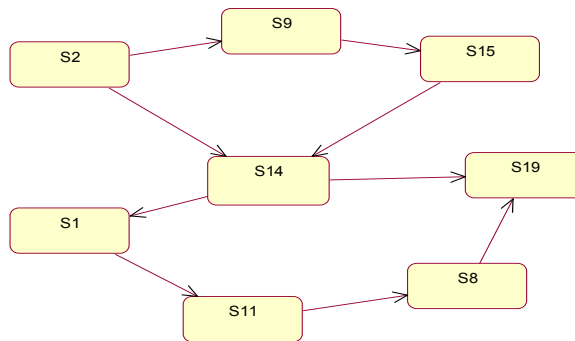
Monitorovací super-třídy jsou zavedeny jako pod-diagramy přechodů (z velkého stavového diagramu), které mají v životě ekosystému významný sémantický obsah. V rozsahu tohoto učebního textu, kde zdůrazňujeme zejména metodiku uchopení chování ekosystému, jsme zavedli následující super-třídy:

A1. *Vlhký extrém malého vodního cyklu*, (nevede přímo k narušení MVC, ale vyžaduje stabilizační zásahy (přirozené nebo umělé) do ekosystému,



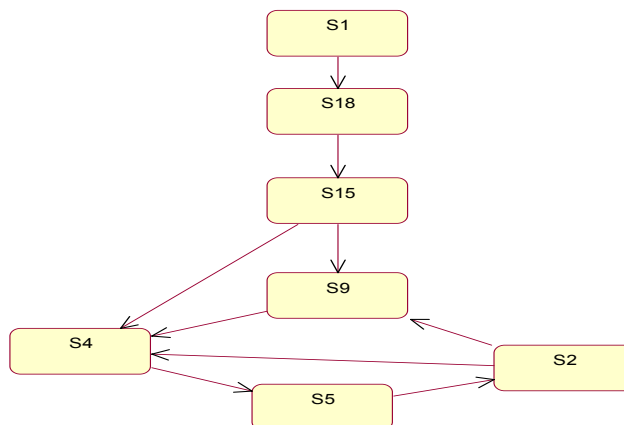
Obr.13.4. Vlhký extrém MVC

A2. *Suchý extrém malého vodního cyklu* (vede k narušení MVC a k poruše evapotranspirace).



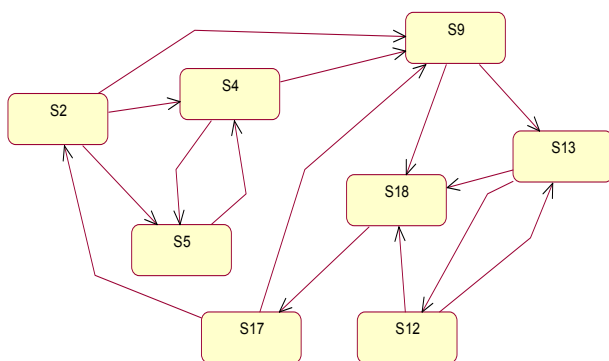
Obr.14.4. Suchý extrém MVC

A3. Stabilizační chování ekosystému (autoregulace) směřující k obnovení standardního chování a obnovení malého vodního cyklu,



Obr.15.4. Stabilizační chování ekosystému

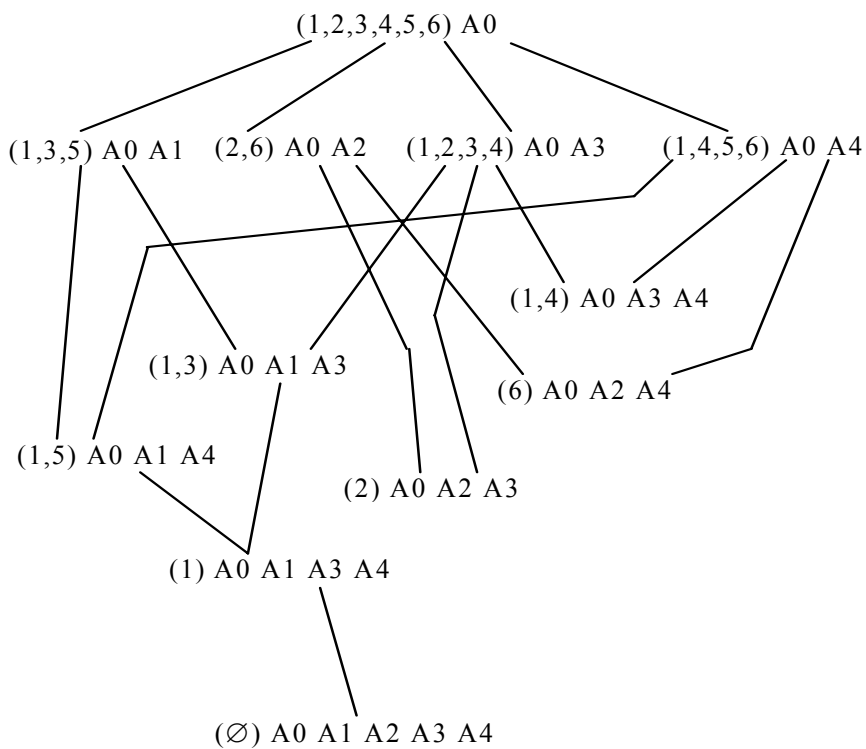
A4. Standardní chování ekosystému s MVC.



Obr. 16.4. Standardní chování ekosystému s MVC.

M_G	1	2	3	4	5	6
A_0	1	1	1	1	1	1
A_1	1		1		1	
A_2		1				1
A_3	1	1	1	1		
A_4	1			1	1	1

Obr. 17.4. Relace R k příkladu 12.4.



Obr. 18.4. Hasseův diagram k relaci R z příkladu 12.4.

Jak je patrné z obr. 14.4.-16.4., některé diagramy mají některé stavy společné, některé diagramy mají společné celé sekvence stavů. Tyto okolnosti jsou jednak přirozené a vycházejí z fyzikální i dějové stránky chování ekosystému, jednak jsou důsledkem popisu a samozřejmě i redukce reprezentace informace o systému do monitorovacích stavů a super-tříd.

Nedisjunktnost množin monitorovacích stavů odpovídajících super-třídám znamená nepříjemnosti v identifikaci aktuálního chování systému, ale na druhé straně přináší další dodatečné informace o chování systému, které lze dále získat cestami *vytěžování znalostí*.

Používáme stejného postupu, jako v Příkladu 11.4. V matici M_G na obr.17.4. je výsledek analýzy prolínání sekvencí stavů na diagramech supertříd.

Uvažujme *kontext vytěžování dat* $C = (\{A_0, A_1, A_2, A_3, A_4\}, \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}, R)$ s relací R reprezentovanou v tabulce M_G . Hasseův diagram, který reprezentuje daný kontext C , je na obr.18.4.

Pravidla získaná z Hasseova diagramu z obr.18.4.

p1: $A_1 \Rightarrow A_4$, p2: $A_1 \Rightarrow A_3$, p3: $A_2 \Rightarrow A_4$, p4: $A_2 \Rightarrow A_3$, p5: $A_3 \Rightarrow A_4$, p6: $A_1 A_4 \Rightarrow A_3$,
p7: $A_1 A_3 \Rightarrow A_4$

Podobně jako v příkladu 11.4 výpočítáváme k jednotlivým pravidlům hodnoty **Supp** a **Conf**. (Tab.4.4). Vztahy, které jsme získali v příkladu 11.4. mezi objekty a jejich atributy budeme hledat mezi monitorovacími super-třídami a situacemi ekosystému. Pro jistotu korespondenci kontextu z příkladu 11.4. naznačíme:

Uvažujeme množinu situací S a množinu monitorovacích tříd A . Pravidlo $A_i \Rightarrow A_j$ znamená: "každá situace s , která je indikována (lct) monitorovací třídou A_i ($\text{lct}(s, A_i)$), je indikována také třídou A_j , ($\text{lct}(s, A_j)$)".

Podporu a spolehlivost pravidla $A_i \Rightarrow A_j$ vypočítáme podle modifikovaných vzorců:

$$\text{supp}(A_i, S) = (\#\{s \in S \mid \text{lct}(s, A_i)\}) / (\#(S)), \quad (46.4)$$

$$\mathbf{Supp} (A_i \Rightarrow A_j, S) = \text{supp}(A_i \cup A_j, S), \quad (47.4)$$

$$\mathbf{Conf} (A_i \Rightarrow A_j, S) = \mathbf{Supp} (A_i \Rightarrow A_j, S) / \text{supp}(A_i). \quad (48.4)$$

Tab.4.4

Pravidlo p_i	Tvar pravidla	Supp (p_i)	Conf (p_i)
p1	$A_1 \Rightarrow A_4$	0.33	0.66
p2	$A_1 \Rightarrow A_3$	0.33	0.66
p3	$A_2 \Rightarrow A_4$	0.165	0.5
p4	$A_2 \Rightarrow A_3$	0.165	0.5
p5	$A_3 \Rightarrow A_4$	0.33	0.5
p6	$A_1 A_4 \Rightarrow A_3$	0.165	1
p7	$A_1 A_3 \Rightarrow A_4$	0.165	1

Pozn: Povšimněme si, např., “relativně vysokých” hodnot podpory a spolehlivosti u pravidel p1 a p2. Tato pravidla říkají, že po každém vlhkém extrému MVC bude následovat stabilizační proces nebo nastolení standardního chování ekosystému.

4.1.2 Rough množiny

Podobně jako fuzzy množiny jsou i rough množiny modifikací klasických množin. Jestliže definice příslušnosti prvků určité množině byla v případě fuzzy množiny zprostředkována pomocí speciální reálné funkce (funkce příslušnosti), v případě rough množin je příslušnost do množiny zprostředkována pomocí speciální *relace ekvivalence*, tzv. **relace nerozlišitelnosti**.

Původní definice rough množiny náleží Pawlakovi [40] a dostaneme se k ní přes následující posloupnost pojmů :

Definice 7.4: Mějme universum prvků U , množinu atributů A a množiny hodnot V_{a_i} , kterých mohou atributy a_i z množiny A , nabývat ($V = \cup V_{a_i}$).

Uvažujeme funkci $g: U \times A \rightarrow V$, která zajišťuje hodnoty atributů pro prvky universa U . Pomocí funkce g je dále zavedena relace **nerozlišitelnosti** $RE(A)$ (vzhledem k atributu a_i) následovně :

$$x_1, x_2 \in U, (x_1 RE(A) x_2) \Leftrightarrow (g(x_1, a_i) = g(x_2, a_i)). \quad (49.4)$$

Pawlak dále zavedl pojem "informačního systému" jako dvojice $\langle U, A \rangle$ (s implicitně existující funkcí $g: U \times A \rightarrow V$, (viz. výše)).

Pomocí relace nerozlišitelnosti $RE(A)$ a pomocí základních operací na množině U byly dále definovány následující konstrukce a míry. Většina z nich je zavedena pro řešení problému " které prvky universa U a s jakou jistotou (vyjádřeno kvalitativně), náležejí do podmnožiny $X \subset U$, která nás zajímá ".

Definice 8.4: Dolní aproximace je popis objektů, o nichž lze s jistotou tvrdit, že náležejí do podmnožiny. Dolní aproximace bývá někdy nazývána pozitivní oblastí $\text{Posi}_{RE}(X)$.

$$\text{Posi}_{RE}(X) = \cup \{Y \mid (Y \in (U/RE)) \text{ AND } (Y \subseteq X)\}, \quad (50.4)$$

kde U/RE je faktorová množina zkonstruovaná na U podle relace $RE(A)$.

Definice 9.4: Horní aproximace je množina prvků z U , které mohou (možná) patřit do X . Označuje se $\text{Poss}_{RE}(X)$ (possibility) a je definována následovně :

$$\text{Poss}_{RE}(X) = \cup \{Y \mid (Y \in U/RE) \text{ AND } (Y \cap X \neq \emptyset)\}. \quad (51.4)$$

Definice 10.4: Množinový rozdíl mezi horní a dolní aproximací X se nazývá hraniční množina $\text{Bound}_{RE}(X)$

$$\text{Bound}_{RE}(X) = \text{Poss}_{RE}(X) - \text{Posi}_{RE}(X). \quad (52.4)$$

Definice 11.4: Rough množina (hrubá, aproximovaná množina) je podmnožina X uni-versa U , která je definována pomocí horní a dolní aproximace ($\text{Poss}_{RE}(X)$, $\text{Posi}_{RE}(X)$) a pro kterou platí

$$\text{Bound}_{RE}(X) \neq \emptyset. \quad (53.4)$$

Pomocí pojmu rough množiny lze definovat přibližnou přesnost α_{RE} , s jakou nalezená aproximace reprezentuje vybranou množinu X :

$$\alpha_{RE}(X) = \text{card}(\text{Posi}_{RE}(X)) / \text{card}(\text{Poss}_{RE}(X)), \quad (54.4)$$

Příklad 13.4. :

Uvažujeme množinu pravidel typu

< (Jestliže (((fh(A1, k) = P1) AND (tr(A1, k-1) = Q1)) AND
AND ((fh(A2, k) = P2) AND (tr(A2, k-1) = Q2)) AND ... AND
AND ((fh(A5, k) = P5) AND (tr(A5, k-1) = Q5))) > ---->

$$\text{---> } \langle \text{Pak } ((\text{tr}(C1, k+1) = W1) \text{ AND } \dots \text{ AND } (\text{tr}(C4, k+1) = W4)) \rangle, \quad (55.4)$$

která popisuje situace odpozorované v některém složitém dynamickém systému, jehož analytický model nelze sestavit. Symboly $A1, \dots, A5, C1, \dots, C4$ (ve výrazu (55.4)) označují systémové proměnné, které jsou k pozorované funkci systému relevantní. Každá z proměnných $A1, \dots, A5$, má svou hodnotu $(\text{fh}(A1, k), \dots, \text{fh}(A5, k))$ v časovém intervalu pozorování systému (k) a trend pohybu hodnoty $(\text{tr}(A1, k-1), \dots, \text{tr}(A5, k-1))$ v předchozím intervalu ($k-1$). Proměnné $C1, \dots, C4$ jsou popsány pouze svým trendem v příštím časovém intervalu pozorování ($k+1$). (Jedná se o první verzi modelu, kdy se skutečnou dynamiku systému snažíme popsat dynamikou systému 1. řádu.)

Přibližnost této první verze modelu je v našem případě zohledněna využitím konceptů fuzzy množin. V tomto smyslu jsou hodnoty a trendy systémových

proměnných chápány jako jazykové proměnné, které jsou granulovány do korektního výběru jazykových hodnot. V daném případě jsou fuzzy hodnoty jazykových proměnných $fh(A1, k)$, ..., $fh(A5, k)$ - {Nízká (L), Střední (M), Vysoká (H)} kvantifikované standardně na intervalu $\langle 0,1 \rangle$, fuzzy hodnoty jazykových proměnných $tr(A1, k-1)$, ..., $tr(A5, k-1)$ jsou {nárůst (+), neutrální trend (0), pokles (-)} rovněž kvantifikované standardně na intervalu $\langle 0,1 \rangle$. Fuzzy hodnoty jazykových proměnných $tr(C1, k+1)$, ..., $tr(A4, k+1)$ jsou {Nízký nárůst (LN), Střední nárůst (MN), Vysoký nárůst (HN), Nulový trend (0), Nízký pokles (LP), Střední pokles (MP), Vysoký pokles (HP)}, kvantifikované standardně na intervalu $\langle 0,1 \rangle$. Pravidla, která byla získána pozorováním systému po reprezentativně dlouhou dobu, jsou uvedena v Tab. 5.4. (Protože se jedná o model odvozený z pozorování, nelze úplnost systému pravidel nijak dokázat (než dlouhodobou zkušeností s "provozem" modelu). Hovoříme o modelu induktivním. A také operace, které v takovém modelu realizujeme, lze považovat pouze za induktivní operace.)

Tab. 5.4.

Pravidla	hodnoty a trendy procesních veličin										predikce			
	A1		A2		A3		A4		A5		C1	C2	C3	C4
	Fh	tr	fh	tr	fh	tr	fh	tr	fh	tr	tr	tr	tr	tr
1	L	+	M	+	M	0	H	-	L	0	HP	MN	LP	LN
2	M	0	L	+	H	+	H	+	M	0	LP	LN	MN	HP
3	H	-	H	0	M	-	L	0	H	-	MN	HP	MP	MN
4	M	-	M	+	H	+	M	+	M	+	LN	MP	HN	LP
5	M	0	L	-	M	+	H	+	M	0	HN	LP	MN	0
6	H	-	H	0	H	-	L	0	H	-	HN	0	LN	LN
7	M	-	M	+	M	+	M	0	M	+	0	HN	HP	0
8	M	+	M	-	H	0	L	+	H	0	MP	LN	0	HN
9	L	0	H	-	L	-	H	-	L	+	LP	MN	LN	0
10	H	-	M	0	M	0	L	+	M	-	MN	0	LP	HP
11	H	0	L	+	M	+	L	0	H	-	HP	0	MN	LP
12	L	0	M	-	H	-	M	+	H	+	LN	LP	0	HP
13	M	+	H	-	M	0	H	-	L	0	0	MP	LP	HN
14	H	-	L	+	H	-	M	0	M	+	LP	0	HN	MP
15	L	-	L	0	M	+	H	0	H	0	HN	HP	MN	0
16	H	0	M	+	H	0	L	+	M	+	MN	MP	0	LP
17	L	+	M	-	L	0	M	0	H	+	0	LN	MP	LN
18	M	0	L	+	H	+	M	-	L	-	MP	LP	0	HN
19	L	-	H	0	M	-	H	+	M	0	LN	0	MP	MN
20	H	+	L	0	M	+	L	0	H	+	LN	MP	MN	HP
21	M	+	L	-	M	0	H	+	H	-	0	MN	LN	HP
22	L	0	M	+	M	0	H	-	L	+	LP	HN	MN	0
23	H	-	M	0	M	+	L	+	L	+	LP	0	HN	MP
24	M	0	M	-	H	+	H	+	M	-	HN	MN	LP	0
25	L	0	L	+	M	0	H	0	L	-	MN	MP	0	LN
26	L	+	H	+	L	0	M	+	H	0	HP	LN	MP	0
27	H	-	M	+	M	-	H	+	M	0	LN	LN	0	HP
28	M	-	H	-	L	0	H	-	L	+	0	MP	LP	HN
29	M	0	L	0	H	+	M	-	H	+	HN	MN	MP	0
30	L	+	M	-	H	-	L	0	L	+	LP	HP	0	MN

Zajímá nás například, jak hodnoty či trendy některé veličiny A_i podmiňují určitý trend některé veličiny C_j .

Tabulku 5.4. můžeme chápat jako výpis položek některé databáze, kde (ve smyslu pojmů uvedených pro rough množiny) **prvky** universa U jsou pravidla (řádky tabulky, položky), atributy jsou jazykové proměnné **hodnoty** a **trendy** a hodnoty atributů jsou jazykové hodnoty trendů a atributů (resp. jejich stupně příslušnosti).

Uvažujme nyní množinu X , která je podmíněna hodnotou atributu $\text{tr}(C1) = LP$. (Pro jednoduchost nebudeme dále uvádět v zápisech indexy časových intervalů k , resp. $k-1$.)

Množina X je reprezentována příslušnými řádky tabulky $X = \{2, 9, 14, 22, 23, 30\}$.

Zajímá nás, jak tuto množinu bude aproximovat množina podmíněná hodnotou atributu $fh(A5) = L$.

Tzn., že naše relace nerozlišitelnosti je v daném případě definována výrazem

$$RE1(A) = \{y \mid y, x \in U \mid (y RE1(A) x) \Leftrightarrow (g(y, fh(A5)) = g(x, fh(A5)) = L)\}.$$

Na základě vztahů (42.4) - (46.4) můžeme nyní formovat příslušné množiny a míry :

$$\mathbf{Posi}_{RE1}(X) = \{9, 22, 23, 30\},$$

$$\mathbf{Poss}_{RE1}(X) = \{1, 9, 13, 18, 22, 23, 25, 28, 30\}.$$

$$\mathbf{Bound}_{RE1}(X) = \mathbf{Poss}_{RE1}(X) - \mathbf{Posi}_{RE1}(X) = \{1, 9, 13, 18, 22, 23, 25, 28, 30\} -$$

$$\{9, 22, 23, 30\} = \{1, 13, 18, 25, 28\}.$$

$$\alpha_{RE1}(X) = \text{card}(\mathbf{Posi}_{RE1}(X)) / \text{card}(\mathbf{Poss}_{RE1}(X)) = 4/9 = 0.444.$$

Množina indukovaná relací RE1 tedy aproximuje množinu X s přibližnou přesností 0.444, (což není příliš dobrá aproximace).

Modifikujeme-li relaci R1 další podmínkou, lze dosáhnout lepších výsledků, např.:

$$RE2(A) = RE1(A) \cap \{y \mid y, x \in U \mid (y RE12(A) x) \Leftrightarrow (g(y, fh(A2)) = g(x, fh(A2)) = M)\}.$$

$$\mathbf{Posi}_{RE2}(X) = \{22, 23, 30\},$$

$$\mathbf{Poss}_{RE2}(X) = \{1, 22, 23, 30\}.$$

$$\mathbf{Bound}_{RE2}(X) = \mathbf{Poss}_{RE2}(X) - \mathbf{Posi}_{RE2}(X) = \{1, 22, 23, 30\} - \{22, 23, 30\} = \{1\}.$$

$$\alpha_{RE2}(X) = \text{card}(\mathbf{Posi}_{RE2}(X)) / \text{card}(\mathbf{Poss}_{RE2}(X)) = 3/4 = 0.75.$$

Ještě přesněji aproximuje množinu X následující relace RE3 :

$$RE3(A) = RE1(A) \cap \{y \mid y, x \in U \mid (y RE13(A) x) \Leftrightarrow (g(y, tr(A5)) = g(x, tr(A5)) = +)\}.$$

$$\mathbf{Posi}_{RE3}(X) = \{9, 22, 23, 30\},$$

$$\mathbf{Poss}_{RE3}(X) = \{9, 22, 23, 28, 30\}.$$

$$\mathbf{Bound}_{RE3}(X) = \mathbf{Poss}_{RE3}(X) - \mathbf{Posi}_{RE3}(X) = \{28\}.$$

$$\alpha_{RE3}(X) = \text{card}(\mathbf{Posi}_{RE3}(X)) / \text{card}(\mathbf{Poss}_{RE3}(X)) = 4/5 = 0.8 .$$

Kontrolní otázky a úlohy pro podkapitulu 4:

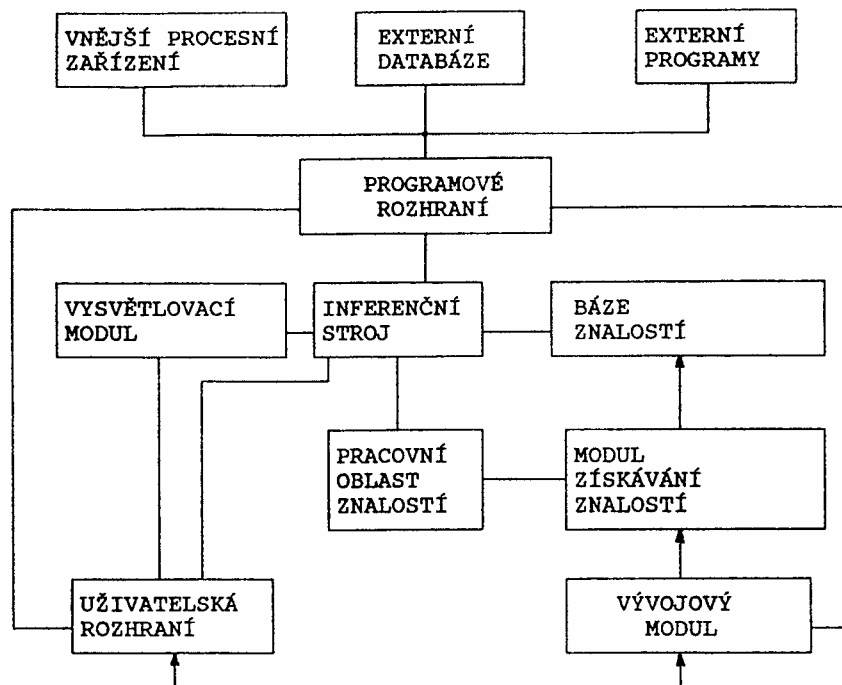
- 1) Uvedte příklad jiného svazu, než je $L = \langle \{1, 2, 3, 4\}, \subseteq, \cup, \cap \rangle$.
- 2) Vysvětlete zavedení relace R na kontextu vytěžování znalostí z obr. 17.4. a zejména skutečnost, proč není třeba uvažovat více situací.
- 3) Uvažujte tabulku pravidel 4.4. Sestrojte aproximaci pravidel, která mají na pravé straně A4 (to je naše množina X), pravidly, která mají na levé straně A3. Vypočítejte přibližnou přesnost této a $\alpha_{RE}(X)$.

Seznam použité a doporučené literatury k podkapitole 4

- [1] Zadeh, L., A: Fuzzy Sets. *Information and Control*. No.8., 1965, str. 338-353.
- [2] Zadeh, L., A.: From Computing with numbers to Computing with Words, from Manipulation of Measurements to Manipulation of Perceptions. (Eds.: Hampel, R., Wagenknecht, M. and Chaker, N.) *Advances in Soft Computing*. Physica-Verlag, 2000. str. 3-37.
- [3] Kruse, R., Gebhardt, J. and Klawonn, F.: *Foundation of Fuzzy Systems*. John Wiley & Sons Ltd., Chichester, England, 1994.
- [4] Novák, V.: Fuzzy množiny a jejich aplikace. *Matematický seminář SNTL*, Praha, 1986, str. 251-256.
- [5] Leitch, R. and Shen, Q.: Fuzzy Qualitative Simulation. *IEEE Trans. on Syst., Man and Cybernet.*, No.4., 1993. str. 1038 - 1061.
- [6] Sugeno, M. and Yasukawa, T.: A Fuzzy-Logic-Based Approach to Qualitative Modelling. *Trans. on Fuzzy Systems*, Vol. 1., No. 1., 1993. str. 7 - 31.
- [7] Kučera, L.. a Nešetřil, J. : *Algebraické metody diskrétní matematiky*. SNTL, Praha, 1989.
- [8] Pawlak, Z. : *Rough Sets. Theoretical Aspects of Reasoning about Data*. Kluwer Academic Publishers, 1991.
- [9] Yi, Z., Da Ruan and Shi, P.: *Concept Lattice-based Approach for Incrementally Association Mining. Soft Computing for Risk Evaluation and Management*. Physica-Verlag, A Springer-Verlag Company, Heidelberg, 2001, str. 133-139.
- [10] M. Delgado, N. Marín, D. Sánchez, María-Amparo Vila: Fuzzy Association Rules: General Model and Applications. *IEEE Trans. On Fuzzy Systems* 2/11, 2003, pp. 214-226.
- [11] Berka, P.: *Dobývání znalostí z databází*. ACADEMIA, Praha, 2003.
- [12] Jiawei Han and Micheline Kamber: *Data Mining: Concepts and Techniques*. Morgan Kaufmann Publishers, Amsterdam, Heidelberg, (Second Edition), 2006.
- [13] www.statsoft.cz

5. Expertní systémy a jejich aplikace

Expertní systémy mají za sebou více než 40 let vývoje a za tu dobu se ustálila určitá očekávaná skladba jejich modulů. Jedna z často uváděných sestav modulů expertního systému je na obr. 19.4.



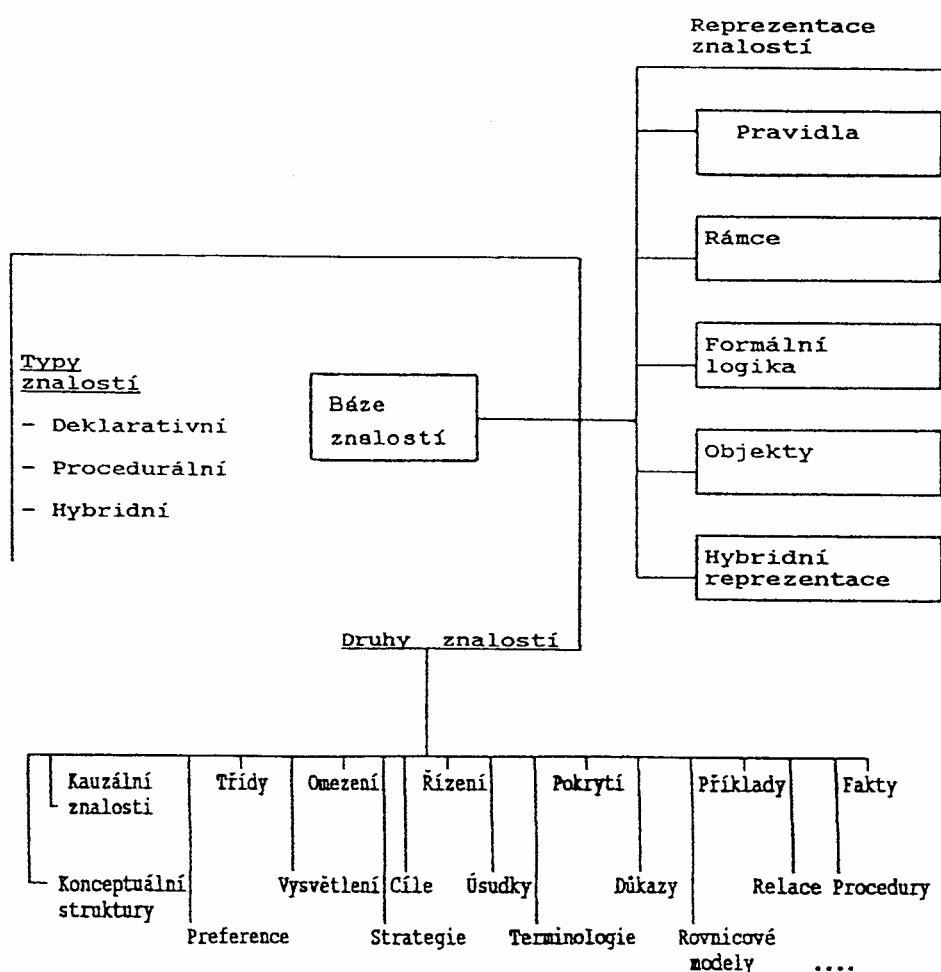
Obr.19.4.

- Podobnost různých procesů a systémů, jak ji představují klasické matematické modely, je *podobnost chování číselných struktur*.
- Díváme-li se na expertní systém z tohoto pohledu jako na model, jde o jinou podobnost. Je to podobnost v manipulacích a ve zpracování znalostí (dat a dalších externích objektů) při řešení problémů.

5.1 Základní funkční moduly

5.1.1 Báze znalostí

V předchozích kapitolách bylo již naznačeno, že znalosti se liší od dat především tím, že kromě údajů obsahují také fragmenty vyššího kontextu, do kterého zapadají. *Kontext* je uveden nejen objektivními signifikantními významy (jako jsou např. jednotky veličin, fyzikální zákony, pravidla silničního provozu, apod.). Kontext ve zde uvažovaném smyslu znalostí obsahuje vždy kausální vztahy mezi údaji (daty). Pojmy a prostředky související s bází znalostí jsou na obr.20.4.



Obr. 20.4.

5.1.1.1 Reprezentace znalostí

Hovoříme-li o reprezentaci znalostí, máme na mysli formální (znakovou) stránku popisu, která je schopna nést a kódovat určité sémantické obsahy a významy znalostí.

Pravidla

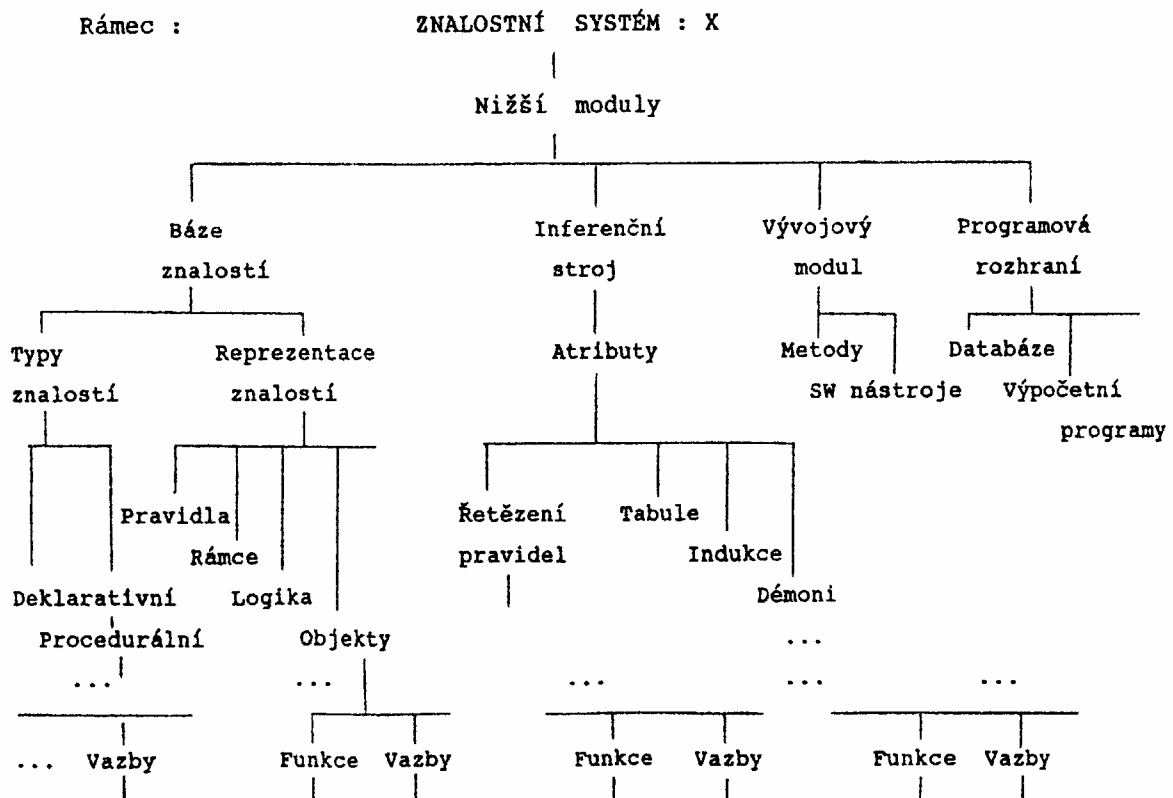
Ve vztahu ke schématu expertního systému je jednak důležité, které metody získávání znalostí podporují pravidlovou a které programovací jazyky umožňují snadnou syntézu pravidlových struktur. Uvažujeme-li o čistých metodách, pravidla jsou snadno získávána cestami repertoárové tabulky nebo protokolové analýzy. Z jazyků, které se staly velmi atraktivními pro stavbu prázdných expertních systémů právě pro svou příbuznost pravidlové reprezentaci, lze jmenovat především jazyky z "rodin" LISP a PROLOG .

Druhy znalostí, které se snadno reprezentují pomocí pravidel, jsou zejména: kauzální znalosti, omezení, vysvětlení, strategie, řízení, úsudky, důkazy, rovnicové modely, procedury.

Rámce

Rámce jsou schemata s hierarchickou strukturou, která reprezentují znalosti pomocí vhodných "nižších" objektů, vztahů a vlastností. Rámce jsou vhodné pro *Rámce*

- popis makrostruktur a mikrostruktur objektů, systémů, procesů. Z druhů znalostí vyhovují rámcové reprezentaci především: třídy, pokrytí, relace, fakty, terminologie.



Obr.21.4.

Ačkoli je patrné, že rámce se hodí nejlépe pro faktualistické znalosti, nejsou to výlučně statické struktury. Kromě toho, rámce umožňují realizovat dědičnost a sdílení znalostí mezi několika rámci.

Formální logika

Tento typ reprezentace znalostí vychází z možností predikátového jazyka a kalkulu 1.řádu. Přestože tato reprezentace velmi připomíná (zvláště v aplikacích) reprezentaci pomocí pravidel, znalosti jsou precizněji formalizovány pomocí

formulí a termů. Právě tak role axiomů, (jako výchozích znalostí) a inferenčních pravidel (jako aparátu odvozování nových znalostí), je důsledněji prokreslena.

V mnoha případech vycházejí operace s formulemi z principů tzv. *resoluční metody* [2], [7]. Typické programovací jazyky, které podporují reprezentaci znalostí prostředky formální logiky, jsou jazyky typu LISP, PROLOG.

Pokud povaha reprezentovaných kategorií vyžaduje zavedení neurčitosti, je nutno použít aparát fuzzy logiky.

Objekty

Reprezentace znalostí pomocí objektů vychází z prostředků objektového orientovaného přístupu k modelování světa. V případě použití některé vhodné metodologie pro postupný vývoj reprezentací (např. OMT (Object Modelling Technique), [3]) a při použití vhodného formalizačního prostředku (např. UML (Unified Modelling Language), [4]) poskytuje objektová reprezentace velice cennou podobnost struktur přirozeného jazyka a struktur objektové reprezentace. Objektově orientovaný přístup k modelování světa má své pokračování v oblasti programování. Z jazyků, které jsou považovány za objektově orientované se v oblasti reprezentace znalostí uplatnily nejvíce Smalltalk a C++.

Hybridní reprezentace

Některé prázdné expertní systémy umožňují konstruovat báze znalostí pomocí několika typů reprezentací. Je to výhodné zejména při reprezentaci heterogenních prostředí. Velmi často je také nutno navazovat rozhodovací operace na operace výpočetní. V takovém případě se algoritmy a výsledky výpočtů stávají argumenty pravidel nebo objektových struktur. Podobně lze při hybridní reprezentaci využívat rámce jako argumenty pravidel.

5.1.2. Inferenční stroj

Přestože název "inferenční stroj" je pro dnešní dobu již poněkud zastaralý, stále ještě slouží jako český ekvivalent termínům "inference machine" nebo "inference engine", které měly sugestivně ovlivňovat fantazii k představám, co takový modul dělá. Ve skutečnosti je jeho funkce důsledkem rozdělení aktivit zpracování znalostí na formalizaci znalostí (reprezentace znalostí, báze znalostí) a na operace se znalostmi (inferenční stroj).

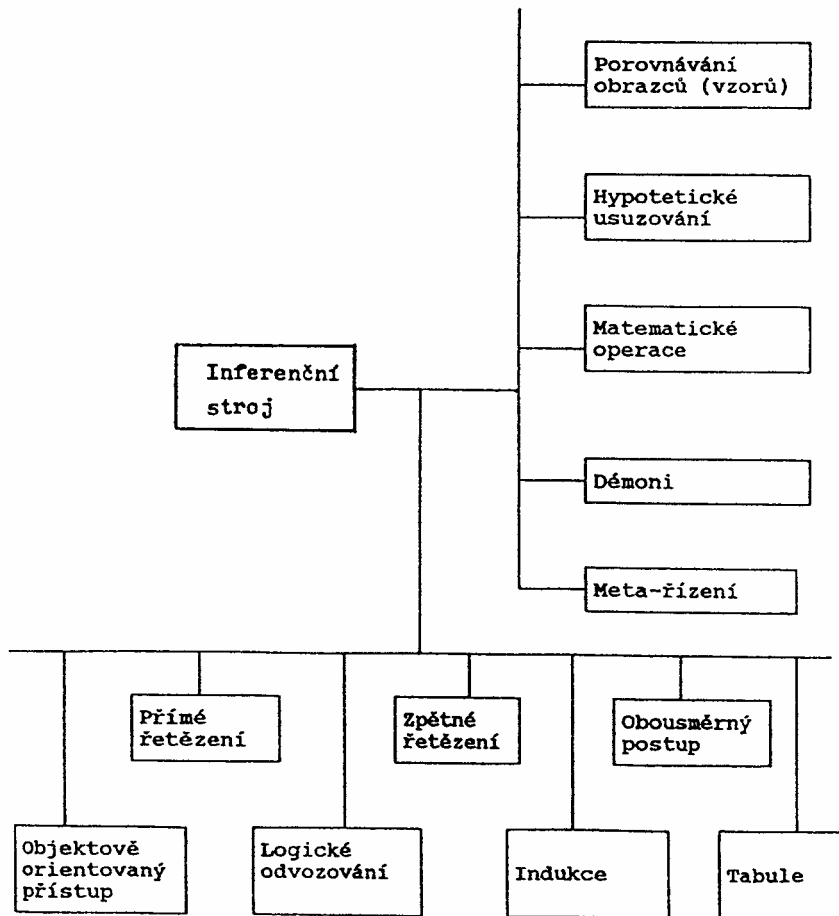
Inferenční stroj tedy řídí průběh (tj. počátek a orientaci) manipulací s bází znalostí. (Jestliže pro příklad uvažujeme bázi znalostí složenou z jednotlivých pravidel, pak inferenční stroj rozhoduje o tom, které pravidlo začne nejprve prověřovat, jak se bude interpretovat výsledek práce s pravidlem, které další pravidlo se bude prověřovat, kam a v jaké formě se budou ukládat výsledky, apod. Kritériem kvality práce inferenčního stroje je korektnost a hlavně efektivita (zjednodušeně - rychlost) průběhu řešení úloh expertním systémem.

Důslednou diferenciací funkcí vztažených k řízení práce s bází znalostí se vyvinula poměrně členitá struktura různých modulů a prostředků, které dnešní inferenční stroj využívá a ze kterých uvádíme jen ty základní - viz. obr.22.4.

Přímé a zpětné řetězení pravidel

Při volbě strategie prohledávání báze znalostí (složené z pravidel) lze postupovat buď od základních podmínek k důsledkům, (**přímé řetězení**), nebo opačně od známých důsledků k příčinám, které je podmínily (**zpětné řetězení**).

Důležité je rovněž, jak se inferenční stroj rozhodne postupovat, ověří-li platnost některého pravidla. Může buď postupovat dále do hloubky báze znalostí, až narazí na pravidlo nespelnitelné, vrátit se zpět k poslednímu splněnému pravidlu a postupovat do hloubky jinou větví, než tou, kterou právě ověřil jako slepou.

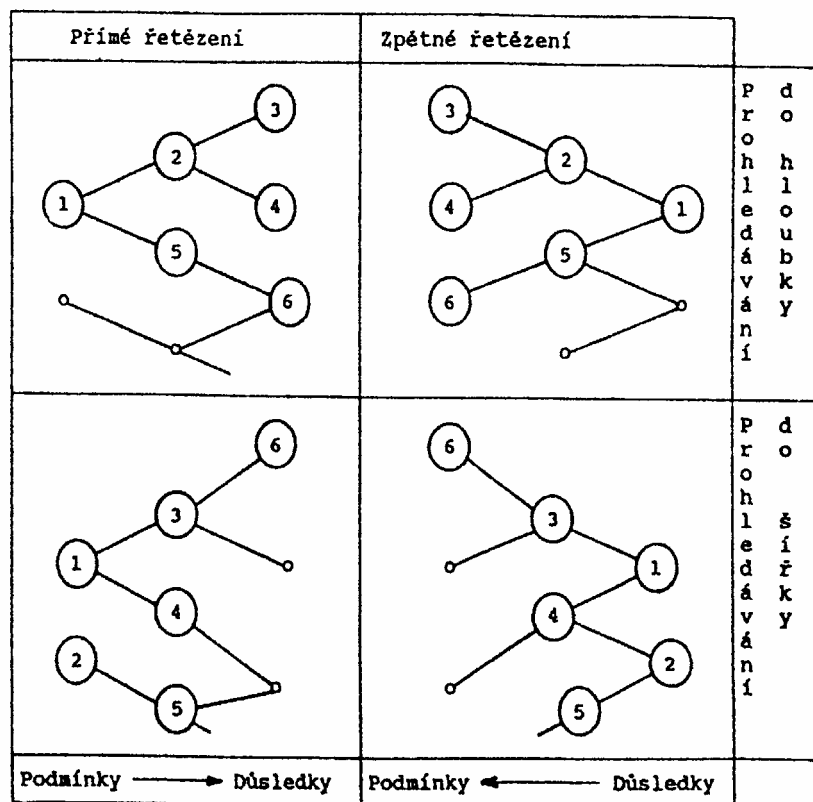


Obr. 22.4.

Prohledávání končí úspěchem, projde-li stroj některý sled splněných pravidel až po konečný důsledek nebo podmínku (od bazových podmínek nebo od důsledků). Tato strategie se nazývá **prohledávání do hloubky** a je vhodná v případech, kdy nám jde o vůbec nějaké úspěšné řešení. Jinou strategií je **prohledávání do šířky**, kdy inferenční stroj v každém uzlu (stromu pravidel) prozkoumá vždy všechna možná pokračování. Možné cesty pokračování se během celého postupu zaznamenávají a existuje-li více úspěšných řešení, jsou objevena při jediném "frontálním" prostupu bází znalostí. Tato strategie je relativně časově náročnější, ale teoreticky umožňuje výběr optimálního řešení bez opakování postupu.

Při řešení úloh analytických a zejména pak diagnostických, lze doporučit strategie se zpětným řetězením pravidel. Naopak pro řešení úloh návrhových resp. výběrových jsou vhodnější strategie dopředného řetězení pravidel. (Většina

současných expertních systémů je schopna realizovat obě strategie, eventuálně je střídat během chodu systému.)



Obr.23.4.

Logické odvozování

Jestliže je bázi znalostí vyvinuta v jazyce formální logiky 1. řádu, inferenční stroji řídí odvozovací operace. Jistě není překvapivé, že úlohy, reprezentované rozsáhlými množinami formulí (např. 300 formulí), nelze efektivně řešit heuristickým výběrem pořadí analýzy formulí. Resoluční metoda sice umožňuje zjednodušování formulí, ale za pořadí výběru formulí ke konstrukci resolvent metoda nezodpovídá. To je úloha inferenčního stroje, včetně provádění symbolických operací vázaných k resoluční metodě.

Indukce

K induktivním nástrojům náleží široká třída matematických a heuristických prostředků od modálních logik, přes pravděpodobnostní a statistické prostředky až po heuristické strategie zobecňování neúplných znalostí a jejich využívání

k dosažení závěrů. Náleží sem propracované postupy učení podle příkladů. Nelze říci obecně, které prostředky induktivního uvažování jsou dnes typické pro základní konfiguraci modulů inferenčních strojů. Záleží na typech aplikací, pro které je expertní systém určen. Ty rozhodují o tom, které programy budou ve výbavě inferenčního stroje, a které budou dostupné přes vnější programová rozhraní.

Tabule

Tabule je většinou chápána jako programové rozhraní realizující komunikaci mezi bázemi znalostí, které popisují odlišné předmětové oblasti. Báze znalostí je možno vyvíjet podle zaměření expertů, aniž by vznikaly problémy s jejich zcelováním. Inferenční stroj může přecházet během práce expertního systému od jedné báze ke druhé (a do jisté míry může tento postup ovlivňovat). Segmentované báze znalostí jsou časté nejen v lékařství, ale i v chemickém strojírenství a v metalurgii.

Démoni

Démoni jsou speciální programové moduly, obvykle pravidlově orientované. Jejich funkce spočívá ve sledování výskytů určitých stavů v práci expertního systému nebo monitorovaného a řízeného systému. Jakmile dojde k výskytu hlídaného stavu, démon odstartuje příslušné procedury. Démoni se nacházejí po většinu své existence ve stavu klidu a jejich "schopnost" zasáhnout musí být jinými speciálními moduly stále prověřována

Porovnávání obrazců

V kontextu funkcí inferenčního stroje nejde o nějaké složité procedury rozpoznávání obrazců. Jde spíše o různé procedury prohledávání rozsáhlých souborů identifikátorů a dat. Pro takové operace zpravidla nestačí postupy lineárního prohledávání a používají se efektivnější prostředky, které využívají hlubších znalostí kombinatorické analýzy.

5.2. Aplikace a příklady použití expertních systémů

Úvodem je vhodné opět připomenout význam slova aplikace, jak je známa z prostředí databázových systémů.

- jako **prázdný expertní systém** ("shell"), přičemž jeho transformace v aplikaci (v tzv.
- **dedikovaný systém**) spočívá především v naplnění jeho báze znalostí a v dotvoření uživatelského rozhraní a rozhraní znalostního inženýra.

Tab. 1.5.

Řádka	Název expertního Systému	Aplikace a použití	G	Ref.
1	ETS (Boose, J.H.)	Výběr optimálních variant, rozhodování, podpora procesů získávání znalostí. Výukový expertní systém.	1	[5]
2	Expert System Builder (PAUL CASWELL, Bournemouth, Dorset, BH5 2ER, UK)	Výběr optimálních variant, rozhodování, podpora procesů získávání znalostí.	1	[7]
3	XCON (DEC)	Návrhy konfigurací, počítačové sestavy, složité strojírenské produkty.	4	[8]
4	G2 (Gensym Corp.)	Kvalitativní simulace, vizualizace, řízení v reálném čase. Monitorovací a dohlížecí systémy, biotechnologie, výroba stavebních materiálů.	5	[9]
5	NEST (P.Berka, VŠE Praha)	Univerzální použití (Knowledge Engineering Environment), modely řízení procesů.	5	[10]
6	CLIPS (NASA)	Univerzální použití, modely řízení procesů, řízení projektů.	5	[1]
7	Vanguard (2009 Vanguard Software Corporation)	Rozhodovací procesy , business pravidlové systémy, složité plánovací operace	3	[11]

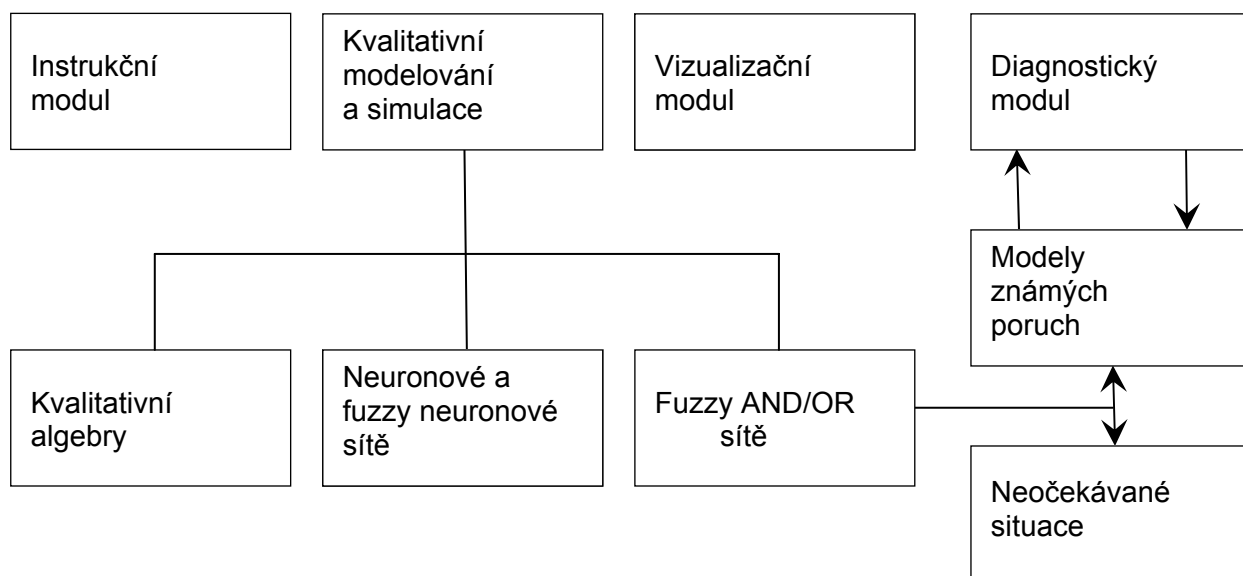
5.2.1 Příklad konzultačního systému pro podporu operátorského řízení

Modulární schema programového systému je na obr. 24.4. Jednotlivé moduly spojuje řídicí modul, (který není na obr.24.4. uveden).

Instrukční modul

Cílem instrukčního modulu je navádět operátora ke korektním zásahům a aktivitám v případě výpadku automatického systému řízení nebo ve fázích přechodu k netypickým režimům (jako jsou např. režim odstávky, režim náběhu po odstávce, apod.)

Modul pracuje jako expertní systém se *stromovitou bází znalostí* bez neurčitostí viz. obr. 25.4. Modul komunikuje s uživatelem pomocí jednoduchých příkazových oken - viz. obr. 26.4.



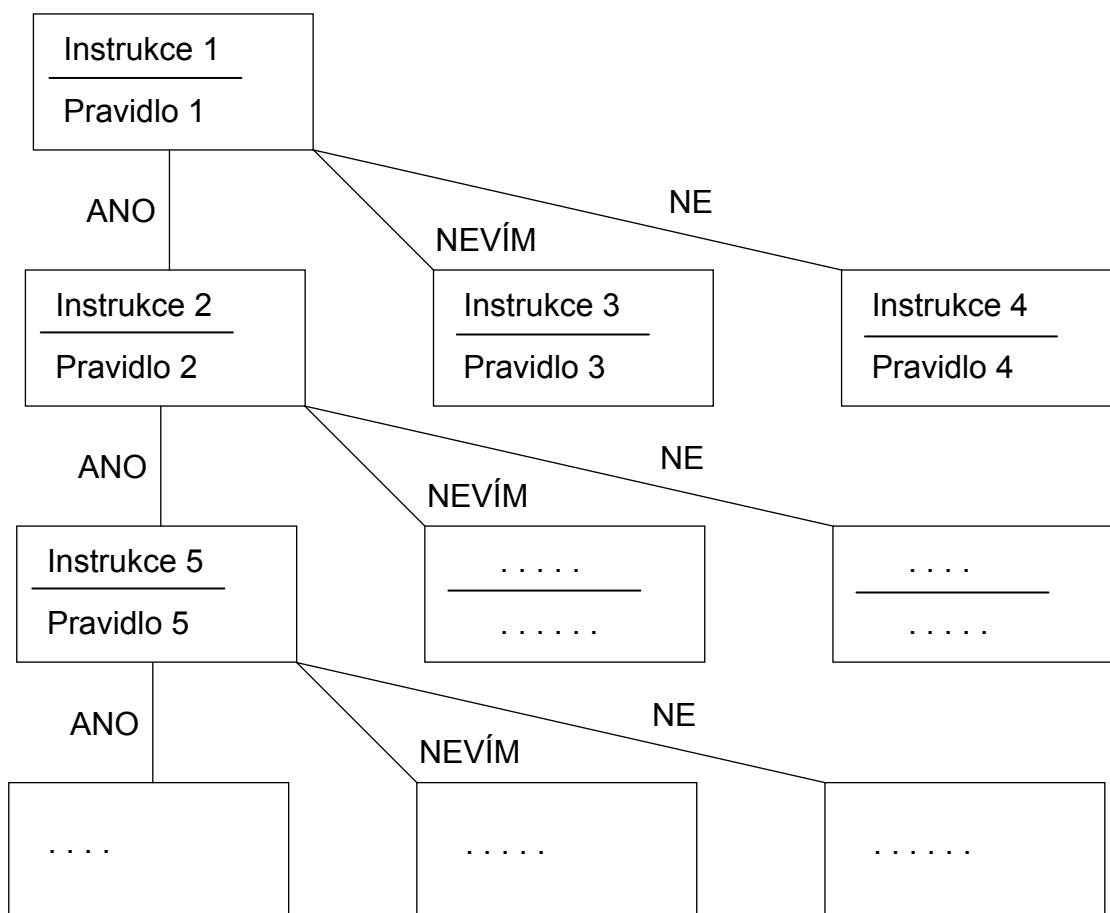
Obr. 24.4.

Každé okno má dvě části. Vrchní část obsahuje instrukci, která operátora navádí k určité aktivitě. Provedení instrukce je kontrolováno otázkou v dolní polovině okna, na kterou operátor dává jednu z odpovědí " ANO", "NE", "NEVÍM". (Otázka dává spolu s jednou z možných odpovědí pravidlo typu

<< (Jestliže otázka : "Text otázky") AND (Odpověď : "ANO")>> ---->

----> < (Přechod do dalšího uzlu báze znalostí "ukazatel uzlu báze znalostí") > .)

Základem úspěšného vývoje báze znalostí instrukčního modulu je dokonalá analýza procesu a jeho dekompozice do podfází (v rámci etapy získávání znalostí).



Obr. 25.4.

<p>Instrukce</p> <p>Připravte se na operaci P 112 ! Zkontrolujte navedení stroje do režimu A1. Proved'te vstupní manévr. Hlaste souřadnice !</p>		
<hr/> <p>Pravidlo</p> <p>Jste na souřadnicích 52.35, 681.2 ?</p>		
<input type="button" value="ANO"/>	<input type="button" value="NE"/>	<input type="button" value="NEVÍM"/>

Obr. 26.4.

Modul kvalitativního modelování a simulace

Tento modul umožňuje uživateli zjistit velmi rychlou odezvu na své eventuální zásahy do procesu. Podporuje kvalitativní uvažování operátora ve smyslu otázek "Co se stane, když ... ?" (What / IF ?).

Modul kvalitativní simulace lze sestavit pomocí různých prostředků:

- kvalitativní trendové algebry,
- znalostní sítě složené z fuzzy AND/OR prvků,
- neuronové sítě s normovanými vstupními a výstupními veličinami (resp., neuronové sítě s fuzzifikovanými vstupními a výstupními veličinami).

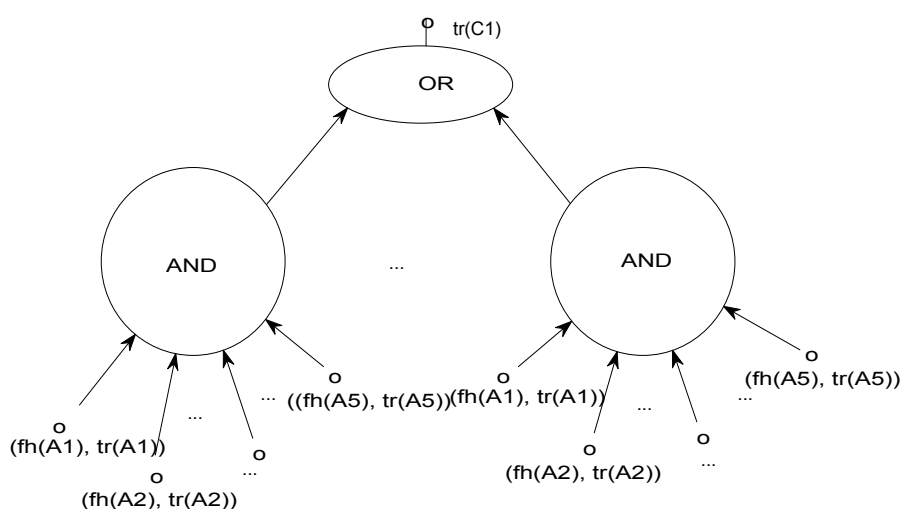
Modul s **kvalitativními trendovými algebry** zpracovává tabulky operačních závislostí, které realizují následující formální struktury :

$$(\text{tr}(C_1, k+1), \dots, \text{tr}(C_n, k+1)) = \mathbf{T}(k) [((\text{fh}(A_1), \text{tr}(A_1)), \dots, (\text{fh}(A_m), \text{tr}(A_m))), k)],$$

kde levá strana výrazu představuje trendy sledovaných výstupních veličin v časovém intervalu (k+1) jako výsledek působení transformace $\mathbf{T}(k)$ na provozní situaci systému popsanou hodnotami a trendy vybraných systémových veličin v intervalu (k), na pravé straně výrazu. Transformace samotná reprezentuje vektor změn trendů operátorských akčních veličin působících v intervalu (k).

Uvedený výraz nepředstavuje nějaký přesný zákon zjištěný analýzou vnitřních vlastností modelovaného a řízeného systému, ale je odvozen z výpisu báze dat naplněné během sledované fáze provozu. (Kvalitativní model je zde vhodný právě proto, že přesný analytický model řízeného procesu není přístupný.) Analýza báze dat může být v daném případě velmi zdlouhavá, podle počtu fyzikálně realizovatelných transformací. Nutno podotknout, že složitější reálné modely jsou touto technikou zvládnutelné pouze za využití konceptů jazykových proměnných (systémových proměnných, akčních veličin a trendů), jejich fuzzy hodnot a příslušných operací s nimi.

Modul který využívá **fuzzy AND/OR** prvků pracuje se sítěmi typu z obr. 27.4. Tyto sítě zpracovávají jak poziční hodnoty jednotlivých veličin, tak i jejich trendy. Znalostní sítě jsou speciálními typy složitých pravidel a jejich chování odpovídá chování dynamických pravidlových systémů. To mimo jiné znamená, že výstupy z těchto sítí získané v časových okamžicích t , $t-1$, $t-2$, ... , $t-n$ se stávají vstupy pro výpočet výstupů sítí v čase $(t+1)$, $(t+2)$, ... podle délky predikce).



Obr. 27.4.

Moduly, které pracují s **neuronovými sítěmi** jsou na práci znalostních inženýrů méně citlivé, ale vyžadují citlivě připravené trénovací a testovací posloupnosti dat. Trénovací a testovací posloupnosti dat jsou získávány z řízených procesů a určují úspěšnost procesu učení neuronových sítí.

Vizualizační modul

Vizualizační modul slouží k vytváření a k aplikaci animovaných procesních a systémových schemat, která přibližují graficky průběh sledovaných a řízených procesů. Koncepční požadavky na modelový postup při vývoji procesního či systémového schématu v prostředí vizualizačního modulu lze shrnout do tří kroků:

- Nakreslení schématu modelovaného, řízeného nebo monitorovaného systému ve vlastním grafickém prostředí (s knihovnou schematických značek).
- Označení měřicích bodů a vizualizačních míst na schématu a výběr animačních prostředků.
- Napojení měřicích bodů a vizualizačních míst s jejich animačními médii (ukazatele, stupnice, tvary, indikátory, zvukové alarmy, apod.) na příslušné zdrojové proměnné kvalitativního simulačního modelu nebo na proměnné procesní databáze.

V současné době je k dispozici celá dlouhá řada vizualizačních systémů počínaje systémem InTouch, přes Modicon MonitorPro, Promotic 2000 a další.

Diagnostický modul

Diagnostický modul obsahuje kvalitativní prostředky pro detekci poruch, pro alokaci poruch a pro interpretaci poruch. Poruchy jsou formalizovány buď jako fuzzy AND/OR sítě nebo pomocí natrénovaných sítí analyzujících výstupní signály procesu (každá poruše je přiřazena jedna síť).

Kontrolní otázky a úlohy pro podkapitulu 5:

- 1) Charakterizujte kooperaci báze znalostí a inferenčního stroje v rámci modulární struktury expertního systému.
- 2) Navrhněte jednoduchou pravidlovou bázi znalostí a vysvětlete způsob jejího prohledávání strategiemi "přímým řetězením" , "zpětným řetězením", "do šířky", "do hloubky",
- 3) Vysvětlete "jemnou" odlišnost reprezentace znalostí pomocí prostředků formální logiky a pomocí pravidel.
- 4) Charakterizujte některé úlohy z inženýrské praxe, které lze podstatně zefektivnit využitím expertních systémů.

Seznam použité a doporučené literatury k podkapitole 5.

- [1] Mařík, V. a Zdráhal, Z.: Expertní systémy. V knize: Umělá inteligence (2). Academia, Praha, 1997, str. 15 - 74.
- [2] Bíla, J.: Umělá inteligence a neuronové sítě v aplikacích. (2. přepracované vydání) Ediční centrum ČVUT, Praha, 1998.
- [3] Drbal P. : Objektově orientované metodiky a technologie, Vysoká škola ekonomická v Praze, 1997
- [4] Schmuller, J.: Myslíme v jazyce UML. Grada Publishing, Praha, 2001.
- [5] Boose, J:H. : Expertise Transfer for Expert System Design. Elsevier, Amsterdam, 1986.
- [6] Castillo, E. & Alvarez, E. : Introduction to Expert Systems: Uncertainty and Learning. Esevier Science Publishers, Essex, 1991.
- [7] <http://www.esbuilder.com/>
- [8] Baker, V.E. & O'Conor, D.E.: Expert System for Configuration at Digital: XCON and beyond. Communication of the ACM, Vol. 32, No. 3., 1989.
- [9] G2 Reference Manual. GENSYM Corporation, Cambridge, USA, 1998.
- [10] Berka P., Laš V., Svátek V.: NEST: Re-engineering the Compositional Approach to Rulebased Inference. Neural Network World, 5/04, 2004, 367-379.
- [11] <http://www.vanguardsw.com>